

100 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

1. 已知 $f(x)$ 為一實係數多項式，且 $f(\frac{3}{2}) = 27$ ， $f(-\frac{5}{3}) = 8$ 。若 $f(x)$ 除以 $(6x^2 + x - 15)$ 的餘式為 $ax + b$ ，則 $b - a = ?$
 (A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 20
2. 若 α ， β 為方程式 $x - \frac{3}{x} + 1 = 0$ 的兩根，則 $(\frac{2}{\alpha} + 5)(\frac{2}{\beta} + 5) = ?$
 (A) 9 (B) 15 (C) 21 (D) 27 (E) 33
3. 求 $13^5 - 14 \times 13^4 + 15 \times 13^3 - 25 \times 13^2 - 12 \times 13 + 9 = ?$
 (A) 22 (B) 25 (C) 28 (D) 31 (E) 34
4. 若 $\frac{2x^2 - x + 4}{x^4 + 4x^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx + D}{x^2 + 4}$ ，則 $A + B + C + D = ?$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) 3 (D) $\frac{7}{2}$ (E) 5
5. $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 3x + 2} \leq -1$ 之解為何?
 (A) $1 \leq x < 2$ (B) $1 < x \leq 2$ (C) $1 < x < 2$ (D) $x \geq 2$ 或 $x < 1$ (E) $x > 2$ 或 $x < 1$
6. 若 a, b 均為實數且 $ax^2 + bx - 10 < 0$ 之解為 $-\frac{5}{2} < x < \frac{4}{3}$ ，則 $a + b = ?$
 (A) 5 (B) $\frac{11}{2}$ (C) 6 (D) $\frac{13}{2}$ (E) 7
7. 若直線 $12x - 5y = 21$ 與二直線 $x = \frac{23}{39}$ 、 $x = \frac{16}{13}$ 分別交於 A 、 B 二點，則線段長 $\overline{AB} = ?$
 (A) $\frac{6}{5}$ (B) $\frac{5}{4}$ (C) $\frac{5}{3}$ (D) $\frac{13}{5}$ (E) $\frac{25}{7}$
8. 設兩向量 \vec{a} 、 \vec{b} 的夾角為 θ ，且 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ， $|\vec{a} + \vec{b}| = 4$ ， $|\vec{a} - \vec{b}| = 3$ ，則 $\cos \theta = ?$
 (A) $\frac{7}{25}$ (B) $\frac{5}{13}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$ (E) $\frac{5}{6}$
9. 設兩向量 \vec{a} 、 \vec{b} 的夾角為 θ ，且 $|\vec{a}| = 7$ ， $|\vec{b}| = 5$ ， $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ ，則 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (2\vec{a} - 3\vec{b}) = ?$
 (A) -25 (B) -5 (C) 0 (D) 44 (E) 51
10. 橢圓以 $(2, 2)$ 與 $(6, 2)$ 為兩焦點，且與直線 $x + 1 = 0$ 相切，則橢圓短軸半長為何?
 (A) 4 (B) $\sqrt{21}$ (C) $\sqrt{23}$ (D) $\sqrt{29}$ (E) 6
11. 設拋物線 $y = 2x - \frac{1}{2}x^2$ 的焦點坐標為 (a, b) ，則 $ab = ?$
 (A) 3 (B) 3.5 (C) 4 (D) 4.5 (E) 5

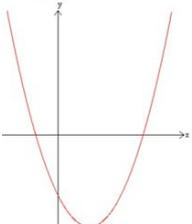
12. 雙曲線 $xy - 3x + 4y = 0$ 兩頂點的距離為何?
 (A) $2\sqrt{3}$ (B) 4 (C) $2\sqrt{6}$ (D) $4\sqrt{3}$ (E) $4\sqrt{6}$
13. 若 $\log_2(3 - x^2) = 1 + \log_2 x$ ，則 $x = ?$
 (A) -3 (B) -3 或 1 (C) 1 (D) 2 (E) 3
14. 若 $f(x) = \frac{1+2^x}{1-2^x}$ ，且 $f(a) = 3$ 、 $f(b) = 5$ ，則 $f(a+b) = ?$
 (A) $\frac{5}{3}$ (B) 2 (C) 6 (D) 8 (E) 15
15. 求 $\log_2(\sqrt{12+2^{\frac{7}{2}}} + \sqrt{12-2^{\frac{7}{2}}}) = ?$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{5}{2}$ (E) 4
16. 設 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，且 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ ，則 $\sin \theta + \cos \theta = ?$
 (A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (E) $\frac{\sqrt{7}}{2}$
17. 下列何者錯誤?
 (A) 若 $0 < x < \frac{\pi}{4}$ ，則 $\sin x < \cos x < \cot x$
 (B) 若 $\pi < x < \frac{5\pi}{4}$ ，則 $\sec x < \csc x < \cot x$
 (C) 若 $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ ，則 $\cos x < \sin x < \tan x$
 (D) 若 $\pi < x_1 < x_2 < \frac{3\pi}{2}$ ，則 $\sin x_1 > \sin x_2$
 (E) 若 $\frac{\pi}{2} < x_1 < x_2 < \pi$ ，則 $\cos x_1 > \cos x_2$
18. 若 $mx + 3y + 1 = 0$ 與 $x + (m-2)y + m = 0$ 之交點在第二象限內，則 m 之範圍為何?
 (A) $0 < m < 1$ (B) $0 < m < 2$ (C) $0 < m < 3$ (D) $1 < m < 3$ (E) $1 < m < 4$
19. 若點 (a, b) 在直線 $2x + 3y = 1$ 上移動，則直線 $ax + by = 3$ 恆過那一點?
 (A) (3, 4) (B) (4, 5) (C) (5, 7) (D) (5, 8) (E) (6, 9)
20. 已知 $A(3, -5)$ 、 $B(-7, 4)$ ，且點 P 介於 A 、 B 之間，又 $\overline{AB} : \overline{BP} = 7 : 4$ ，若 P 之坐標為 (a, b) ，則 $7a + 21b = ?$
 (A) -33 (B) -32 (C) -31 (D) -30 (E) -29

ANS :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	D	A	B	C	D	C	A	E	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	E	C	B	D	E	B	D	E	A

100 學年度四技新生基礎數學第二次測驗

1. 若 α, β 為方程式 $x^2 + 12x + 9 = 0$ 的兩根，則 $(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})^2 = ?$
 (A) -18 (B) -6 (C) 6 (D) 12 (E) 18
2. 若 $x^4 - x^3 - x^2 - x - 2$ 與 $2x^3 + x^2 - 7x - 6$ 的最高公因式為 $x^2 + bx + c$ ，則 $b + 2c = ?$
 (A) -5 (B) -3 (C) 0 (D) 5 (E) 7
3. 若 $\frac{8x^3 - 6x + 1}{(2x+1)^4} = \frac{a}{(2x+1)} + \frac{b}{(2x+1)^2} + \frac{c}{(2x+1)^3} + \frac{d}{(2x+1)^4}$ ，則 $2a + b - c + d = ?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2
4. $x^2 - 4x + 2 \leq |x - 2|$ 之解為何?
 (A) $1 \leq x \leq 4$ (B) $2 \leq x \leq 4$ (C) $0 \leq x \leq 2$ (D) $0 \leq x \leq 4$ (E) $0 \leq x \leq 3$
5. $2\log_2 x - \log_x 2 < 1$ 之解為何?
 (A) $x < -\frac{1}{2}$ 或 $0 < x < 1$ (B) $0 < x < \frac{1}{2}$ 或 $1 < x < 2$ (C) $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$ 或 $0 < x < 1$
 (D) $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$ 或 $1 < x < 2$ (E) $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$ 或 $1 < x < 2$
6. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 37$ ， $\overline{BC} = 53$ ， $\overline{AC} = 89$ ，則下列各內積中，何者為最大?
 (A) $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ (B) $\overline{BC} \cdot \overline{BA}$ (C) $\overline{CA} \cdot \overline{CB}$ (D) $\overline{AB} \cdot \overline{BC}$ (E) $\overline{BC} \cdot \overline{CA}$
7. 已知向量 $\overline{AB} = (-31, 29)$ ， $\overline{AC} = (23, -11)$ ，則下列向量長中，何者為最大?
 (A) $|\overline{AB}|$ (B) $|\overline{BC}|$ (C) $|\overline{AB} + \overline{BC}|$ (D) $|\overline{AB} + \overline{AC}|$ (E) $|\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}|$
8. 設 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形如下，則下列各式中，何者為負值?



 (A) abc (B) $b^2 - 4ac$ (C) $c^2 - 4ab$ (D) $b + \sqrt{b^2 - 4ac}$ (E) $b - \sqrt{b^2 - 4ac}$
9. 已知 $4x^2 + y^2 - 4x + 8y = 8$ ，則 x 的最大值為何?
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
10. 拋物線 $y = 4 - 2x - x^2$ 與 x 軸兩交點的距離為何?
 (A) 2 (B) 3 (C) $2\sqrt{5}$ (D) 6 (E) 8

11. 設雙曲線 $x^2 - y^2 = x + 2y$ 兩漸近線的夾角為 θ ，則 $\sin \frac{\theta}{2} = ?$
- (A) 0 (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (E) 1
12. 不等式 $\frac{3 \cdot 2^x - 18 \cdot 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}} \leq 2$ 之解為何?
- (A) $-1 \leq x \leq 1$ (B) $0 < x \leq 1$ (C) $1 \leq x \leq 2$ (D) $0 < x \leq 2$ (E) $1 \leq x \leq 4$
13. 方程式 $10 \cdot x^{2 \log x} = x^3$ 之所有實根的平方和為何?
- (A) 100 (B) 101 (C) 110 (D) 111 (E) 121
14. 若 $f(x) = \log_2(x^3 + x^2 - 7x + 5)$ ，則 $f(1 + \sqrt{2}) = ?$
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
15. 設 $\cos \theta + \cos^2 \theta = 1$ ，則 $\sin^2 \theta + \sin^4 \theta = ?$
- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (E) 1
16. 設 $\tan 100^\circ = k$ ，則 $\sin 80^\circ = ?$
- (A) $\frac{-k}{\sqrt{1+k^2}}$ (B) $\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{1+k^2}}$ (C) $\frac{-1}{\sqrt{1+k^2}}$ (D) $\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$ (E) $\frac{1}{\sqrt{1+k^2}}$
17. 設 $a = \sec 434^\circ$ 、 $b = \sin 100^\circ$ 、 $c = \cos 260^\circ$ 、 $d = \cot 28^\circ$ 、 $e = \csc 155^\circ$ ，則下列何者正確?
- (A) $b < c < d < e < a$ (B) $c < b < d < e < a$ (C) $c < b < e < d < a$
(D) $c < b < d < a < e$ (E) $b < c < a < d < e$
18. 平面上有兩點 $A(1,2)$ 、 $B(a,b)$ ，若直線 \overline{AB} 之垂直平分線為 $x + 2y - 10 = 0$ ，則 $a - b = ?$
- (A) -1 (B) -2 (C) -3 (D) -4 (E) -5
19. 設直線 $bx + ay - ab = 0$ ， $a > 0$ ， $b < 0$ 過點 $(1,2)$ ，若此直線與二坐標軸相交，圍成一個面積為 2 的三角形，則 $a + 2b = ?$
- (A) $-7 - 3\sqrt{3}$ (B) $-6 - 3\sqrt{3}$ (C) $-5 - 3\sqrt{3}$ (D) $-4 - 3\sqrt{3}$ (E) $-3 - 3\sqrt{3}$
20. 設直線 $3x + y = 1$ 與 $x + 3y = 2$ 之夾角為 θ ，則 $\cos 2\theta = ?$
- (A) $\frac{-7}{25}$ (B) $\frac{-6}{25}$ (C) $\frac{-1}{5}$ (D) $\frac{-4}{25}$ (E) $\frac{-3}{25}$

ANS :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	A	E	D	E	C	B	E	C	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	D	C	C	E	A	B	C	C	A

15. 設 $\frac{2x^2 - x + 4}{x^3 + 4x} = \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 4}$ ，則 $3A + 2B + C = ?$

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

16. 已知兩平面向量 $\vec{u} = \langle 3, -4 \rangle$ 與 $\vec{v} = \langle x, y \rangle$ 。若 \vec{v} 可使 \vec{u} 與 \vec{v} 的內積值最大，且 $|\vec{v}| = 2$ ，則 $x = ?$

- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) 1 (E) $\frac{6}{5}$

17. 不等式 $\frac{x-7}{(x-1)^2} \leq -1$ 的解為何?

- (A) $3 \leq x$ (B) $x \leq -2$ (C) $-2 \leq x < 1$ 或 $1 < x \leq 3$
(D) $-2 \leq x \leq 3$ (E) $x \leq -2$ 或 $3 \leq x$

18. 設 x, y 均為正數，且 $3x + y = 10$ ，則 $x^3 y^2$ 的最大值為何?

- (A) 108 (B) 116 (C) 122 (D) 128 (E) 134

19. 設 $A(x, y)$, $B(-1, 4)$, $C(5, -4)$ ，且 $\triangle ABC$ 的重心坐標為 $(2, -1)$ ，則 $x - y = ?$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

20. 平面上 $2|x| + 3|y| \leq 6$ 所表示區域的面積為何?

- (A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 32

ANS :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	A	B	D	B	A	A	D	E	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	E	D	B	E	C	D	E	C

101學年度四技新生基礎數學第二次測驗(A)

1. 設 $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $\cos\beta = -\frac{5}{13}$, 且 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$, 則 $\sin(\alpha - \beta) = ?$
 (A) $\frac{-56}{65}$ (B) $\frac{-16}{65}$ (C) $\frac{16}{65}$ (D) $\frac{27}{65}$ (E) $\frac{56}{65}$
2. 方程式 $2^{x^2} \cdot 4^x \cdot 16 = 8^x \cdot 64$ 之所有解的和為何?
 (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2
3. 已知 Γ 表 $f(x, y) = 0$ 所對應之圖形。若 Γ 水平方向拉長2倍，再往右平移1單位，則此新圖形的方程式為何?
 (A) $f(\frac{x}{2} + 1, y) = 0$ (B) $f(\frac{x-1}{2}, y) = 0$ (C) $f(\frac{x+1}{2}, y) = 0$
 (D) $f(2x+1, y) = 0$ (E) $f(2x-1, y) = 0$
4. 設直線 L 過點 $(-1, 1)$ 且與直線 $8x - 6y = 1$ 垂直，則此直線方程式為何?
 (A) $3x - 4y = -1$ (B) $4x + 3y = -1$ (C) $4x - 3y = -7$
 (D) $3x + 4y = 1$ (E) $x - y = -2$
5. 過點 $(2, -3)$ 與圓 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 5$ 相切的直線方程式為何?
 (A) $2x - y = 7$ (B) $x + 2y = -4$ (C) $2x - 3y = 13$
 (D) $3x - 2y = 12$ (E) $x - 2y = 8$
6. 以 $(1, 3 + \sqrt{5})$ 與 $(1, 3 - \sqrt{5})$ 為兩焦點且短軸長為6之橢圓方程式為何?
 (A) $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{14} = 1$ (B) $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{25} = 1$ (C) $\frac{(x-1)^2}{14} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$
 (D) $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{14} = 1$ (E) $\frac{(x-3)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$
7. 設 $2\log(x-3) - \log 2 = \log(x+9)$, 則 $x^2 - 10x + 12$ 之值為何?
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
8. 若 $0 \leq \theta < 2\pi$, 則 $\cos 2\theta + 2\cos^2 \frac{\theta}{2} = 1$ 有幾個解?
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
9. 設 a 、 b 、 c 分別表示 $\triangle ABC$ 的 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 之對邊長。若 $b^2 - (c-a)^2 = ca$, 則 $\angle B = ?$
 (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 120° (E) 135°
10. 方程式 $x^{1+\log_2 x} = (2x)^3$ 之所有解的和為何?
 (A) $\frac{15}{2}$ (B) 8 (C) $\frac{17}{2}$ (D) 9 (E) $\frac{19}{2}$

11. 若 $f(x) = \frac{x-1}{x}$ ，且 $(f \circ g)(x) = \frac{x}{x+1}$ ，則 $g(0) = ?$
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
12. 已知平面上二點 $A(-3,1)$, $B(3,5)$ ，又點 $P(a,b)$ 在直線 $2x+y+1=0$ ，且 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，則 $a+b = ?$
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9
13. 設二向量 $\vec{a} = \langle 2, t^2 - 3 \rangle$, $\vec{b} = \langle t, -1 \rangle$ 。若 \vec{a} 和 \vec{b} 的夾角為 $\frac{\pi}{2}$ ，且 \vec{b} 的長度不大於 2，則 $t = ?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
14. 設 $\alpha + \beta$, $\alpha - \beta$ 為方程式 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 的二根，且 $\alpha < \beta + 2$ ，則 $\beta = ?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
15. 設 f 為奇函數， g 為偶函數，即對所有的 x ，恆有 $f(-x) = -f(x)$ 且 $g(-x) = g(x)$ 。如果 f 和 g 均為非零函數，則下列何者恆為正確？
 (A) $f - g$ 為奇函數 (B) $f \cdot g$ 為奇函數 (C) $f^3 \cdot g^3$ 為偶函數
 (D) $2f + 3g$ 為偶函數 (E) $f + g$ 的函數圖形對稱於 y 軸
16. 下列何者為函數 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3 - x^2 - x + 1}}$ 的定義域？
 (A) $\{x \mid x < -1\}$ (B) $\{x \mid x > -1\}$ (C) $\{x \mid -1 < x < 1\}$
 (D) $\{x \mid -1 < x, x \neq 1\}$ (E) $\{x \mid x > 1\}$
17. 設 $\frac{x^2 - 10x + 8}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$ 的部分分式為 $\frac{a}{x+2} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{(x-2)^2}$ ，則 $a - b - c = ?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 3 (E) 5
18. 設 $2x^2 + (k-1)x + (k-3) = 0$ 之一根大於 2，一根小於 1，則 k 之範圍為何？
 (A) $\{k \mid k < -1\}$ (B) $\{k \mid 1 < k < 3\}$ (C) $\{k \mid -1 < k < 3\}$
 (D) $\{k \mid k > 1\}$ (E) $\{k \mid -\infty < k < \infty\}$
19. 若 $f(x) = \sqrt{3-x}$ ， $g(x) = \sqrt{x-1}$ ，則 $f \circ g$ 的定義域為何？
 (A) [1, 3] (B) [1, 4] (C) [2, 4] (D) [3, 9] (E) [1, 10]
20. 若 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ 能被 $x^2 + 1$ 整除，則 $f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為何？
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	B	D	E	A	C	D	C	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	B	C	B	D	E	A	E	A

102 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

1. 若 $\log(x-9) + \log(x-5) = \log 4 + \log(25-2x)$ ，則 $x = ?$
 (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13
2. 已知 $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi, \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$ 。若 $\sin \alpha = -\frac{3}{5}, \tan \beta = \frac{1}{3}$ ，則 $\sin(\alpha + \beta) = ?$
 (A) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ (B) $\frac{2\sqrt{10}}{10}$ (C) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ (D) $\frac{\sqrt{15}}{10}$ (E) $\frac{\sqrt{17}}{10}$
3. 已知 \vec{a} 與 \vec{b} 為兩向量， $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ， $|\vec{a} + \vec{b}| = 4$ 且 $|\vec{a} - \vec{b}| = 3$ 。若 \vec{a} 與 \vec{b} 之夾角為 θ ，則 $\cos \theta = ?$
 (A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{6}{25}$ (E) $\frac{7}{25}$
4. 若 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \sqrt{3} + 1$ ， $\overline{BC} = 2$ 且 $\angle B = 30^\circ$ ，則 $\angle A = ?$
 (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90° (E) 120°
5. 下列敘述何者正確？
 (A) $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$ 的定義域為 $(-1, \infty)$ (B) $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$ 的定義域為 $[-1, \infty)$
 (C) $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$ 的值域為 $[1, \infty)$ (D) $g(x) = \sqrt{x+1}$ 的定義域為 $[-1, \infty)$
 (E) $g(x) = \sqrt{x+1}$ 的值域為 $[1, \infty)$
6. 若 $\frac{16x^3 - 20x^2 + 6x + 3}{(2x-1)^4} = \frac{a}{(2x-1)} + \frac{b}{(2x-1)^2} + \frac{c}{(2x-1)^3} + \frac{d}{(2x-1)^4}$ ，則 $a - b + c - d = ?$
 (A) -3 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 3
7. 若橢圓 $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 24 = 0$ 的長、短軸長各為 a 、 b ，則 $a + b = ?$
 (A) $\frac{5}{7}$ (B) $\frac{10}{7}$ (C) $\frac{15}{7}$ (D) $\frac{35}{6}$ (E) $\frac{35}{3}$
8. 下列何者錯誤？
 (A) $\sin \frac{8\pi}{3} = \sin \frac{2\pi}{3}$ (B) $\cos \frac{17\pi}{6} = -\sin \frac{\pi}{3}$ (C) $\tan \frac{11\pi}{3} = \tan \frac{2\pi}{3}$
 (D) $\sec \frac{15\pi}{4} = -\sec \frac{\pi}{4}$ (E) $\csc \frac{7\pi}{6} = -\csc \frac{\pi}{6}$
9. 若 $f(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 7 = a(x-2)^4 + b(x-2)^3 + c(x-2)^2 + d(x-2) + e$ ，則 $a + b + c = ?$
 (A) 20 (B) 21 (C) 22 (D) 23 (E) 24
10. 若 $L_1: 2x - y + 7 = 0$ 與 $L_2: ax + y - 13 = 0$ 的交角為 $\frac{\pi}{4}$ 且 $a > 0$ ，則 $a = ?$
 (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3 (E) 2
11. 求不等式 $1 + \frac{2x-7}{(x-2)^2} < 0$ 的解為何？
 (A) $3 > x$ (B) $x < -1$ (C) $-1 < x < 2$ 或 $2 < x < 3$
 (D) $-1 < x < 3$ (E) $x < -1$ 或 $3 < x$

12. 若拋物線 $x^2 = y + 3$ 與直線 $5x + y - 3 = 0$ 相交於 $P(a, b)$ 及 $Q(c, d)$ 且 $a > c$ ，則 $b - d = ?$
 (A) -35 (B) -8 (C) 31 (D) 35 (E) 8
13. 若 $P(4, 1)$ 、 $Q(2, 1)$ 、 $R(a, a)$ 且 $\overline{PR} + \overline{QR}$ 的值為最小，則 $a = ?$
 (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{7}{4}$ (E) 2
14. 若雙曲線之漸近線為 x 軸和 y 軸且過點 $(1, -1)$ ，則此雙曲線方程式為何？
 (A) $x^2 - (y+1)^2 = 1$ (B) $xy = -1$ (C) $y^2 - (x-1)^2 = 1$
 (D) $\frac{(x+1)^2}{4} - (y+1)^2 = 1$ (E) $\frac{(x+1)^2}{4} - (y+1)^2 = -1$
15. 若 $a = \log 2$ 、 $b = \log 3$ ，則 $10^{3a-2b} = ?$
 (A) $\frac{8}{9}$ (B) $\frac{11}{10}$ (C) 1 (D) 10 (E) 12
16. 若 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{3}$ 且 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，則 $\sin^2 \theta - \cos^2 \theta = ?$
 (A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{\sqrt{17}}{9}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{19}}{9}$ (E) $\frac{2\sqrt{5}}{9}$
17. 若直線通過點 $(3, 4)$ 且在第一象限與兩軸所圍三角形面積最小，則此直線的兩截距和為何？
 (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 16
18. 已知圓 $x^2 + y^2 = 10$ 與圓 $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 5$ 有兩交點，求此兩交點的距離為何？
 (A) $\sqrt{33}$ (B) $\sqrt{35}$ (C) $\sqrt{37}$ (D) $\sqrt{39}$ (E) $2\sqrt{10}$
19. 若數列的一般項為 $a_n = \frac{2}{(n+1)(n+3)}$ ，則 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{22} = ?$
 (A) $\frac{276}{600}$ (B) $\frac{451}{600}$ (C) $\frac{476}{600}$ (D) $\frac{500}{600}$ (E) 1
20. 若方程式 $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} - 16 = 0$ ，則 $x = ?$
 (A) -3 (B) -2 (C) 1 (D) 2 (E) 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	A	E	B	D	A	E	D	C	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	D	B	A	B	C	B	B	E

102 學年度四技新生基礎數學第二次測驗(A 卷)

1. 若 $\frac{12x^2 - 26x + 5}{(2x-3)^3} = \frac{a}{(2x-3)} + \frac{b}{(2x-3)^2} + \frac{c}{(2x-3)^3}$ ，則 $a + b + 2c = ?$
 (A) -9 (B) -6 (C) 0 (D) 6 (E) 9
2. 若 $f(x+2) = \frac{2+x}{4-x}$ ，則 $f(a) = ?$
 (A) $\frac{a}{6-a}$ (B) $\frac{2+a}{2-a}$ (C) $\frac{2+a}{4-a}$ (D) $\frac{2-a}{2+a}$ (E) $\frac{a}{6+a}$
3. 設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = 6$ 、 $\overline{CA} = 7$ ，則 $\cos^2 \frac{C}{2} = ?$
 (A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{4}{7}$ (D) $\frac{5}{7}$ (E) $\frac{6}{7}$
4. 已知圓 $x^2 + y^2 = 9$ 與直線 $x + y = 3$ 相交於兩點，則此兩點距離為何？
 (A) 2 (B) $2\sqrt{2}$ (C) 3 (D) $3\sqrt{2}$ (E) 4
5. 下列何者正確？
 (A) $\sin(x - \frac{\pi}{2}) = \cos x$ (B) $\cos(x + \frac{\pi}{2}) = \sin x$ (C) $\tan(x + \frac{\pi}{2}) = \cot x$
 (D) $\sin(x + \pi) = \cos x$ (E) $\csc(x + \frac{\pi}{2}) = \sec x$
6. 若 $x^4 - 4x^3 - 14x^2 + 36x + 45 = (x-1)^4 + a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ ，則 $a + b + c + d = ?$
 (A) 24 (B) 34 (C) 44 (D) 54 (E) 64
7. 設 O 為原點， $A(a, 0)$ 、 $B(0, b)$ ，且 $\overline{AB} = 5$ ，則 $\triangle OAB$ 最大面積為何？
 (A) 6 (B) $\frac{25}{4}$ (C) $\frac{13}{2}$ (D) 7 (E) 8
8. 設雙曲線之漸近線為 x 軸和 y 軸，且過點 $(-1, 1)$ ，則此雙曲線貫軸長為何？
 (A) 2 (B) $\sqrt{5}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 4 (E) 5
9. 設 $\log_2 x^2 + \log_x 2 = 3$ 的兩根為 α 和 β ，則 $\alpha\beta = ?$
 (A) $-\frac{3}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\sqrt{2}$ (E) $2\sqrt{2}$
10. 設 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ ， $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，則 $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = ?$
 (A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{19}}{9}$ (D) $\frac{2\sqrt{5}}{9}$ (E) $\frac{5\sqrt{7}}{16}$

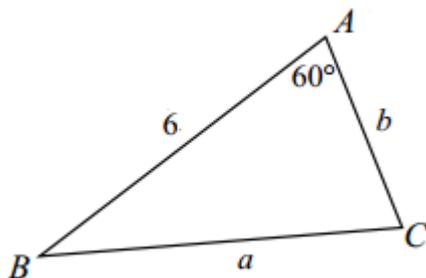
11. 若直線通過點 $P(3, 4)$ 且兩軸截距均為整數，則滿足條件的直線共有幾條？
- (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12 (E) 15
12. 已知圓 $x^2 + y^2 = 10$ 與圓 $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 5$ 有兩交點，則以此兩交點與兩圓心為頂點所連成四邊形的面積為何？
- (A) $4\sqrt{2}$ (B) 6 (C) $2\sqrt{10}$ (D) $\frac{5\sqrt{7}}{2}$ (E) $3\sqrt{5}$
13. 若一數列前 n 項的和為 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 + 5$ ，則 $a_5 + a_{10} + a_{15} + \cdots + a_{50} = ?$
- (A) 175 (B) 250 (C) 320 (D) 450 (E) 540
14. 不等式 $4^{x+\frac{1}{2}} - 8 \cdot 2^{x+1} \leq 2^x - 8$ ，共有幾個整數解？
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
15. 若 $f(x) = \sqrt{2-x}$ ， $g(x) = \sqrt{3-x}$ ，則 g 與 f 的合成函數 $g \circ f$ 的定義域為何？
- (A) $[2, 3]$ (B) $(2, 3)$ (C) $[-7, 2]$ (D) $[2, 7]$ (E) $(2, 7)$
16. 在 $\triangle ABC$ 中，向量 $\overline{AB} = \langle 1, 2 \rangle$ ， $\overline{AC} = \langle -x, 2x \rangle$ ， $x > 0$ 。若 $\triangle ABC$ 之周長為 $6\sqrt{5}$ ，則 $x = ?$
- (A) $\frac{10}{11}$ (B) $\frac{20}{11}$ (C) $\frac{30}{11}$ (D) $\frac{40}{11}$ (E) $\frac{50}{11}$
17. 若 $f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}$ ， $g(x) = \frac{3x+x^3}{1+3x^2}$ ，則 $f(g(x)) = ?$
- (A) $\frac{1}{f(x)}$ (B) $f^2(x)$ (C) $2f(x)$ (D) $3f(x)$ (E) $4f(x)$
18. 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{\sqrt{x+3} - 2} = 12$ ，則 $ab = ?$
- (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2
19. 設 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ，則 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h^2 + 2h} = ?$
- (A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\frac{-1}{\sqrt{2}}$ (C) $\frac{-1}{2\sqrt{2}}$ (D) $\frac{-1}{4\sqrt{2}}$ (E) $\frac{-1}{8\sqrt{2}}$
20. 已知 Γ 表 $y = x^2$ 之圖形。若將 Γ 水平方向拉長 2 倍，往右平移 1 單位，再對 x 軸反射，得一個新的圖形，則此新圖形之表示式為何？
- (A) $y = -\left(\frac{x}{2} + 1\right)^2$ (B) $y = -\frac{(x+1)^2}{2}$ (C) $y = -\frac{(x-1)^2}{2}$
- (D) $y = -\left(\frac{x-1}{2}\right)^2$ (E) $y = \frac{(1-x)^2}{2}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	A	E	D	E	C	B	C	E	E
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	E	D	C	C	D	A	E	D

103 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

選擇題：單選題，每題 5 分不倒扣，共計 20 題。

1. $\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{97 \times 99} = ?$
 (A) $\frac{16}{99}$ (B) $\frac{17}{99}$ (C) $\frac{32}{99}$ (D) $\frac{34}{99}$ (E) $\frac{36}{99}$
2. 若 $\sqrt[3]{8} \sqrt{16} \sqrt{2} = \sqrt[4]{2^x}$ ，則 $x = ?$
 (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9
3. 若 $f(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 8x + 13$ ，則 $f(3 + \sqrt{2}) = ?$
 (A) $37 + 18\sqrt{2}$ (B) $47 + 28\sqrt{2}$ (C) $57 + 38\sqrt{2}$ (D) $67 + 48\sqrt{2}$ (E) $77 + 58\sqrt{2}$
4. 若 $f(x) = \frac{2x+1}{3x+a}$ 滿足 $f(f(x)) = x$ ，則 $a = ?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2
5. 設 $\frac{2x+3}{(x^2+1)(x+1)} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{C}{x+1}$ ，則 $A - B + C = ?$
 (A) -5 (B) $-\frac{5}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{5}{2}$ (E) 5
6. $\triangle ABC$ 如下圖。若 $c = 6$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $a + b = 10$ ，則 $a = ?$
 (A) $\frac{29}{7}$ (B) $\frac{32}{7}$ (C) 5 (D) $\frac{38}{7}$ (E) $\frac{41}{7}$



7. 橢圓 $3x^2 + 4y^2 - 16y = 20$ 兩焦點的距離為何?
 (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) 3 (E) $2\sqrt{3}$
8. 設 $0 < \theta < \frac{\pi}{8}$ ，則 $\sqrt{2 - \sqrt{2 + 2\cos 4\theta}}$ 可化簡為以下何者?
 (A) $\sqrt{2} \sin \theta$ (B) $2 \sin \theta$ (C) $\sqrt{2} \cos \theta$ (D) $2 \cos \theta$ (E) $\sin 2\theta$

背面有試題

9. 已知 $f(x) = 2x^4 - 9x^3 - 23x^2 + 81x + 45 = 2(x-3)(x-a)(x-b)(x-c)$ ，則 $a^2 + b^2 + c^2 = ?$

- (A) $\frac{65}{4}$ (B) $\frac{67}{4}$ (C) $\frac{137}{4}$ (D) 35 (E) $\frac{145}{4}$

10. 若 $L_1: x-2y+7=0$ 與 $L_2: ax+y+c=0$ 相互垂直，且 $(-3,1)$ 在 L_2 上，則 $c = ?$

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

11. 不等式 $\frac{x^3 + 4x^2 + 5x - 1}{x-1} \geq 1$ 的解為何?

- (A) $-2 \leq x < 1$ 或 $1 < x$ (B) $x \leq -2$ 或 $0 \leq x < 1$ (C) $0 < x < 1$ 或 $1 < x$
(D) $x \leq 0$ 或 $1 < x$ (E) $0 \leq x < 1$

12. 設拋物線 $y^2 = 2x + 6$ 與直線 $x - y - 1 = 0$ ，相交於 $P(a,b)$ 及 $Q(c,d)$ ，其中 $a > c$ ，則 $b - d = ?$

- (A) -6 (B) -3 (C) 0 (D) 3 (E) 6

13. 求點 $P(0, 2)$ 到拋物線 $y = x^2$ 的最短距離為何?

- (A) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\frac{7}{4}$ (E) 2

14. 設 $2^a = 3$ 、 $3^b = 2$ ，則 $(7^a)^b = ?$

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

15. 設 $\sin \theta - 2\cos \theta = 1$ ， $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ，則 $2\sin \theta + \cos \theta = ?$

- (A) -3 (B) -2 (C) -1 (D) 1 (E) 2

16. 直線 $3x - 4y = 12$ ， $4x - 3y + 12 = 0$ 與 x 軸所圍三角形的面積為何?

- (A) 21 (B) 42 (C) 60 (D) 63 (E) 84

17. 設圓 $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 3$ 與 x 軸交於 A, B 兩點，且圓心為 C ，則 $\cos(\angle ACB) = ?$

- (A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$ (E) 1

18. 設 $\vec{a} = \langle 1, 1 \rangle$ ， $\vec{b} = \langle 2, 6 \rangle$ 。若 $|t\vec{a} + \vec{b}|$ 為最小時，則 $t = ?$

- (A) -10 (B) -8 (C) -6 (D) -4 (E) -2

19. 若 $\log_5(5^x - 125) = \frac{x}{2} + 1 + \log_5 4$ ，則 $x = ?$

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

20. 若 α, β 為 $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ 之二根，則 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = ?$

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{5}{4}$ (C) $\frac{7}{4}$ (D) $\frac{9}{4}$ (E) $\frac{11}{4}$

ANS :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	C	A	B	D	E	B	C	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	E	A	B	B	B	C	D	C	A

103 學年度四技新生基礎數學第二次測驗

選擇題：單選題，每題 5 分不倒扣，共計 20 題

1. 若 $f(x) = 12x^2 - 26x + 5$ ，則 $f\left(\frac{3 + \sqrt{2}}{2}\right) = ?$
 (A) $-2 + 5\sqrt{2}$ (B) $-1 + 5\sqrt{2}$ (C) $1 + 5\sqrt{2}$ (D) 9 (E) $2 + 5\sqrt{2}$
2. 若 $f\left(\frac{2+x}{4-x}\right) = x+2$ ，則 $f(a) = ?$
 (A) $\frac{6a}{1-a}$ (B) $\frac{2+a}{2-a}$ (C) $\frac{4+a}{2-a}$ (D) $\frac{2-a}{2+a}$ (E) $\frac{6a}{1+a}$
3. 設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{CA} = 4$ 。若 D 為 \overline{BC} 上一點使 $\overline{AD} = 4$ ，則 $\overline{BD} = ?$
 (A) 1 (B) 2 (C) $\frac{5}{2}$ (D) 3 (E) 4
4. 求圓 $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ 與直線 $3x - 4y = -7$ 的最近距離為何？
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 5
5. 下列何者錯誤？
 (A) $\sin(\pi - x) = \sin x$ (B) $\cos(\pi - x) = -\cos x$ (C) $\tan(\pi + x) = \tan x$
 (D) $\csc\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sec x$ (E) $\sec\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \csc x$
6. 已知 $f(x) = 3x^5 + 19x^4 - 13x^3 + 6x^2 - 6x + 15$ ，求 $f(-7) = ?$
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
7. 設 $f(x) = x^2$ ，若將函數圖形向左平移 1 個單位，再向上平移 k 個單位後，所得到的圖形通過點 $(-2, 4)$ ，則 $k = ?$
 (A) -5 (B) -3 (C) 3 (D) 4 (E) 5
8. 設雙曲線之方程式為 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ ，若將此雙曲線之貫軸長放大為 2 倍，共軛軸與中心點不變，則此雙曲線方程式變為何？
 (A) $\frac{x^2}{8} - y^2 = 1$ (B) $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$ (C) $\frac{x^2}{16} - y^2 = 1$ (D) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{2} = 1$ (E) $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$
9. 不等式 $\frac{1 + 2\log_2 x}{-1 + \log_2 x} \leq 1$ 之解為何？
 (A) $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ (B) $\frac{1}{2} \leq x < 2$ (C) $\frac{1}{4} \leq x \leq 2$ (D) $\frac{1}{4} \leq x < 2$ (E) $1 \leq x < 2$
10. 設 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ ，求 $\cos 4\theta = ?$
 (A) $-\frac{1}{4}$ (B) $-\frac{1}{8}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (E) 1

背面有試題

11. 若直線通過點 $P(3,4)$ 且與兩坐標軸在第一象限圍成三角形，則此三角形面積最小值為何？
 (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 20 (E) 24
12. 已知兩圓 $x^2 + y^2 = 10$ 與 $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 5$ 有兩交點，則此兩交點的距離為何？
 (A) 3 (B) 4 (C) $\sqrt{26}$ (D) $\sqrt{35}$ (E) $5\sqrt{2}$
13. $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 25 \times 26 = ?$
 (A) 5125 (B) 5850 (C) 6500 (D) 6975 (E) 7200
14. 設曲線 $y = \log_3 x$ 與 x 軸、直線 $x = 9$ 的交點分別為 A 、 B ，且直線 $x = 9$ 與 x 軸的交點為 C ，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？
 (A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 18 (E) 24
15. 若 $g(x) = \sqrt[3]{x^2 - 6x + 8}$ ，則 $g(x)$ 的值域為何？
 (A) $[2, 4]$ (B) $[2, \infty)$ (C) $[-1, \infty)$ (D) $(-\infty, \infty)$ (E) $(-\infty, 2] \cup [4, \infty)$
16. 設 $10 < x < 100$ ，且 $\log x$ 與 $\log \frac{1}{x}$ 的尾數相同，則 $x = ?$
 (A) $10\sqrt{2}$ (B) 20 (C) $10\sqrt{6}$ (D) $10\sqrt{8}$ (E) $10\sqrt{10}$
17. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\cos \angle B = -\frac{5}{13}$ ，令 S 為 $\triangle ABC$ 的面積，則下列何者正確？
 (A) $S < 8$ (B) $8 \leq S < 9$ (C) $9 \leq S < 10$ (D) $10 \leq S < 11$ (E) $11 \leq S$
18. 設 $\vec{a} = \langle \cos \alpha, \sin \alpha \rangle$ ， $\vec{b} = \langle \cos \beta, \sin \beta \rangle$ ，且 $0 < \alpha < \pi$ ， $0 < \beta < \pi$ ， $\alpha \neq \beta$ ，則兩向量 $\vec{a} + \vec{b}$ 與 $\vec{a} - \vec{b}$ 的夾角為何？
 (A) 0 (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$ (E) π
19. 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{3x-1}{2x+1} - \frac{2}{3}}{x-1} = ?$
 (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{4}{9}$ (E) $\frac{5}{9}$
20. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+b} - 2}{x} = \frac{-1}{4}$ ，求 $a+b = ?$
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	E	E	B	D	E	C	C	D	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E	D	B	A	C	E	C	D	E	A

104 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

1. 若 $f(x) = 18x^3 - 15x^2 - 4x - 3$ ，則 $f\left(\frac{2-\sqrt{3}}{3}\right) = ?$
 (A) $-3\sqrt{3}$ (B) $-2\sqrt{3}$ (C) $2-\sqrt{3}$ (D) $2+\sqrt{3}$ (E) $2\sqrt{3}$
2. 設 α, β 為方程式 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 之二根 且 $\alpha > \beta$ ，則 $\alpha^2 - \beta^2 = ?$
 (A) $\sqrt{13}$ (B) $\frac{3}{2}\sqrt{13}$ (C) $2\sqrt{13}$ (D) $3\sqrt{13}$ (E) $4\sqrt{13}$
3. $2 \cdot 11^5 - 23 \cdot 11^4 + 13 \cdot 11^3 - 25 \cdot 11^2 + 40 \cdot 11 - 56 = ?$
 (A) -77 (B) -35 (C) 17 (D) 21 (E) 63
4. 設 $\frac{5x^3 - 9x^2 + 9x - 3}{(x-1)^2(x^2+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$ ，則 $A+B+C+D = ?$
 (A) -4 (B) -1 (C) 4 (D) 6 (E) 8
5. 不等式 $\sqrt[3]{(x-2)^2} - \frac{1}{\sqrt[3]{x-2}} \leq 0$ 之解為何?
 (A) $1 \leq x < 2$ (B) $2 < x \leq 3$ (C) $1 < x < 2$ (D) $x \geq 3$ 或 $x < 2$ (E) $2 < x < 3$
6. 設 $x^2 + 1$ 為 $x^4 + 2x^3 + mx^2 + nx + 3$ 的因式，則 $m+n = ?$
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
7. 若直線 L 與直線 $3x + 4y = 9$ 垂直，且通過兩直線 $3x - 2y + 3 = 0$ 與 $5x + 4y - 17 = 0$ 的交點，則 L 的方程式為何?
 (A) $3x + 4y = 15$ (B) $3x - 4y = 9$ (C) $4x - 3y = 9$ (D) $4x - 3y = -5$ (E) $4x = 3y$
8. 設兩向量 \vec{a} 、 \vec{b} 的夾角為 θ ， $|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 2$ 且 $|\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{37}$ ，則 $\theta = ?$
 (A) 0 (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{3}$ (E) $\frac{\pi}{2}$
9. 設向量 $\vec{a} = \langle 14, -1 \rangle$ 、 $\vec{b} = \langle 2^x, 4^{x+1} - 8 \rangle$ ，且 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，則 $x = ?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2
10. 若橢圓以 $(-3, 1)$ 與 $(5, 1)$ 為兩焦點，且通點 $(1, -3)$ ，則橢圓長軸長為何?
 (A) 10 (B) $8\sqrt{2}$ (C) $10\sqrt{2}$ (D) 16 (E) 20
11. 若拋物線方程式為 $y = \frac{1}{8}x^2 + 1$ ，且其焦點坐標為 (a, b) ，則 $a+b = ?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 2 (D) 3 (E) 5
12. 若雙曲線方程式為 $2xy - 6x + 4y = 13$ ，則其中心點坐標為何?
 (A) $(-4, 2)$ (B) $(-2, 3)$ (C) $(1, -2)$ (D) $(3, -2)$ (E) $(2, 1)$
13. 若 $\log_2 x = \log_x 16$ ，且其解為 $x = a$ 或 $x = b$ ，則 $a+b = ?$
 (A) -1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) 3 (E) $\frac{17}{4}$

14. 若 $f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}}$ 且 $f(a) = 2$ 、 $f(b) = 3$ ，則 $f(a+b) = ?$
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{7}{5}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) 5 (E) 12
15. $\log_2 \frac{4\sqrt{3}}{3} + \log_4 12 = ?$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{5}{2}$ (E) 3
16. 設 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ，且 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{-1}{5}$ ，則 $\tan \theta = ?$
 (A) $\frac{-12}{5}$ (B) $\frac{-4}{3}$ (C) -1 (D) $\frac{-3}{4}$ (E) $\frac{-5}{12}$
17. 設 $t = \tan \frac{\theta}{2}$ ，則 $\frac{1}{2 - \cos \theta} = ?$
 (A) $\frac{t^2 - 1}{3t^2 - 1}$ (B) $\frac{t^2 + 1}{3t^2 + 1}$ (C) $\frac{3t^2 - 1}{t^2 + 1}$ (D) $\frac{t}{2t^2 + 2}$ (E) $\frac{t + 1}{2t^2 + 2}$
18. 在 xy 平面上，曲線 $3|x - 2| + |2y + 1| = 6$ 所圍區域的面積為何?
 (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 16
19. 若 (a, b) 滿足 $2x + 3y = 1$ ，則 $a^2 + b^2$ 的最小值為何?
 (A) $\frac{1}{13}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{13}}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) 1
20. 若點 A 在圓 $x^2 + y^2 = 8y$ 上，且點 B 在圓 $y^2 = x(6 - x)$ 上，則 \overline{AB} 長度的最大值為何?
 (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

ANS :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	D	D	C	B	C	D	D	E	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	B	E	B	E	D	B	A	A	C

104 學年度四技新生基礎數學第二次測驗

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

1. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle BCA = 120^\circ$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ 且 D 在 \overline{AB} 上。若 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ，則 $\overline{CD} = ?$
 (A) $\frac{5\sqrt{3}}{14}$ (B) $\frac{15\sqrt{3}}{14}$ (C) $\frac{35\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{55\sqrt{3}}{2}$ (E) $\frac{75\sqrt{3}}{2}$
2. 設 $\frac{7x^2 - 13x}{x^3 - x^2 - x + 1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+1}$ ，則 $A+B+C = ?$
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10
3. 若扇形的夾角為 θ ，弧長為 $\frac{\pi}{2}$ ，面積為 $\frac{3}{2}\pi$ ，則 $\theta = ?$
 (A) $\frac{\pi}{12}$ (B) $\frac{\pi}{10}$ (C) $\frac{\pi}{8}$ (D) $\frac{\pi}{6}$ (E) $\frac{\pi}{3}$
4. 設 P 點在圓 $x^2 + y^2 = 6x + 8y$ 上，則 P 與直線 $3x + 4y + 5 = 0$ 最大距離為何？
 (A) 10 (B) 11 (C) $\frac{56}{5}$ (D) 12 (E) $\frac{66}{5}$
5. 下列各三角等式何者正確？
 (A) $\cos(x+y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$
 (B) $\sin 2x = 2 \sin x$
 (C) $\sin^2 x - \sin^2 y = \sin(x+y) \sin(x-y)$
 (D) $\sin(\pi - x) = \cos x$
 (E) $\cos 2x = 1 + 2 \sin^2 x$
6. 若多項式 $ax^3 + 8x^2 + bx + 10$ 可被 $x+1$ 與 $x-2$ 整除，則 $a-b = ?$
 (A) -44 (B) -22 (C) -11 (D) 22 (E) 44
7. 已知兩點 $A(3, 0)$ 、 $B(1, 1)$ ，若 $C(a, b)$ 為直線 $y = -1$ 上一點使得 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 最小，則 $3a+b = ?$
 (A) -1 (B) 0 (C) 2 (D) 3 (E) 6
8. 已知雙曲線方程式為 $2xy - 4x + 3y = 5$ ，則雙曲線中心點坐標為何？
 (A) $(-2, 3)$ (B) $(-\frac{3}{2}, 2)$ (C) $(2, -\frac{3}{2})$ (D) $(2, -3)$ (E) $(4, -3)$
9. 方程式 $x + |\log_2 x| = 1$ 有幾個實數解？
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
10. 設 $\sin x - 2 \cos x = \sqrt{5}$ ，則 $\sin x + 2 \cos x = ?$
 (A) -1 (B) $\frac{-3}{\sqrt{5}}$ (C) 0 (D) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ (E) 1

背面尚有試題

11. 設 x, y 均為小於 100 的正整數，且 $3x + 2y = 100$ ，則 (x, y) 有幾組解？
 (A) 11 (B) 16 (C) 33 (D) 40 (E) 50
12. 若兩圓 $x^2 + y^2 - 8x + 4y = k$ 與 $x^2 + y^2 = 2y$ 所圍重疊區域面積最大，則 k 的最小值為何？
 (A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18 (E) 19
13. 若 $1 = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_{99} < x_{100} = 10$ 且 $x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = \cdots = x_{100} - x_{99}$ ，則 $x_{50} = ?$
 (A) 3.5 (B) 4 (C) 4.5 (D) 5 (E) 5.5
14. 不等式 $2^{2x+1} - 7 \cdot 2^x - 4 \geq 0$ 的解集合為何？
 (A) $(-\infty, -1]$ (B) $(-1, 2]$ (C) $[-1, 2]$ (D) $[-1, 2)$ (E) $[2, \infty)$
15. 若 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x}}$ ， $g(x) = \sqrt{x-3}$ ，則 f 與 g 的合成函數 $f \circ g$ 的定義域為何？
 (A) (3,4) (B) [3,4] (C) (3,19) (D) [3,19] (E) (3,19]
16. 在 $\triangle ABC$ 中，向量 $\overrightarrow{AB} = \langle 1, 2 \rangle$ ， $\overrightarrow{AC} = \langle x-1, x \rangle$ ， $x > 0$ 。若 $\triangle ABC$ 之面積為 $\frac{5}{2}$ ，則 $x = ?$
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 7
17. 若 $f(x) = 2x + 1$ 且 $f(g(x)) = 6x + 9$ ，則 $g(x) = ?$
 (A) $3x - 4$ (B) $3x + 4$ (C) $4x - 3$ (D) $4x + 3$ (E) $8x + 10$
18. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+b}-3}{x} = \frac{-1}{6}$ ，則 $ab = ?$
 (A) -9 (B) -3 (C) 1 (D) 3 (E) 9
19. 設 $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ ，則 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h} = ?$
 (A) -2 (B) -1 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) 1
20. 將平面曲線 $y = f(x)$ 向右平移 1 單位，再以 y 軸為中心左右放大為 2 倍，則所得曲線的方程式為何？
 (A) $y = f\left(\frac{x-1}{2}\right)$ (B) $y = f\left(\frac{x}{2}-1\right)$ (C) $y = f(2x-1)$
 (D) $y = f\left(\frac{x+1}{2}\right)$ (E) $y = f(2x+1)$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	A	B	C	A	E	B	B	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	B	E	E	D	E	B	A	A	B

105 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

- 若 α, β 為方程式 $x^2 - 5x - 3 = 0$ 之二根，則 $\alpha^3\beta + \alpha\beta^3 = ?$
(A) -93 (B) -57 (C) 57 (D) 93 (E) 105
- 已知 $(\log 7x)(\log ax) = 2$ 之兩根乘積為 $\frac{1}{72}$ ，則 $a = ?$
(A) $\frac{1}{72}$ (B) $\frac{7}{72}$ (C) 2 (D) $\frac{72}{7}$ (E) 72
- 已知橢圓 E 通過點 $(2, 3)$ 且與橢圓 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 有相同焦點，則橢圓 E 的長軸長為何？
(A) $2\sqrt{5}$ (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) $8\sqrt{2}$
- 下列何者正確？
(A) $\sin(-\theta) = \sin \theta$ (B) $\tan(-\theta) = \tan \theta$ (C) $2\cos^2\theta = 1 - \cos 2\theta$
(D) $\tan^2\theta - 1 = \sec^2\theta$ (E) $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$
- 設 $\frac{x-8}{(x+1)(x-2)^2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$ ，求 $3A + 2B + C = ?$
(A) -3 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 3
- 已知直線 L 與 $3x + 4y = 1$ 垂直且與 x 軸、 y 軸在第四象限所圍的三角形面積為 6，則 L 的方程式為何？
(A) $3x - 4y = 6$ (B) $3x - 4y = 12$ (C) $4x + 3y = 6$
(D) $4x - 3y = 6$ (E) $4x - 3y = 12$
- 設 $3x^3 - 5x^2 + 7x + 1 = a(x-2)^3 + b(x-2)^2 + c(x-2) + d$ ，則 $b + c = ?$
(A) 16 (B) 26 (C) 36 (D) 46 (E) 56
- 已知拋物線的焦點為 $(1, 1)$ ，準線為 $x + y + 2 = 0$ ，則此拋物線的頂點座標為何？
(A) $(2, 2)$ (B) $(2, -2)$ (C) $(-1, 1)$ (D) $(1, -1)$ (E) $(0, 0)$
- 若 $|\bar{a}| = 3$ 、 $|\bar{b}| = 4$ 且 $|\bar{a} + \bar{b}| = \sqrt{37}$ ，則 $(2\bar{a} + 3\bar{b}) \cdot (\bar{a} - \bar{b}) = ?$
(A) -24 (B) -12 (C) 0 (D) 12 (E) 24
- 若 $S = 1 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{99}$ ，則 S 為幾位數？($\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$)
(A) 45 (B) 46 (C) 47 (D) 48 (E) 49
- $\sqrt{x+3} > x-3$ 之所有解為何？
(A) $-3 \leq x < 3$ (B) $-3 \leq x < 6$ (C) $2 \leq x < 3$ (D) $-3 \leq x < 7$ (E) $x < 6$

背面尚有試題

12. 若方程式 $\frac{x^2}{t^2-4} + \frac{y^2}{t^2-9} = 1$ 的圖形為雙曲線，求實數 t 的範圍？
 (A) $t < -2$ (B) $t > 3$ (C) $-3 < t < 3$ (D) $-2 < t < 2$
 (E) $-3 < t < -2$ 或 $2 < t < 3$
13. 設 $x^4 + 2x^3 + mx^2 + nx - 3 = (x^2 + 2x - 1)(x^2 + bx + c)$ ，則 $4m - n + 2b + c = ?$
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
14. xy 平面上，求曲線 $y = \sqrt{25 - x^2}$ 與 x 軸所圍區域的面積為何？
 (A) $\frac{5\pi}{4}$ (B) 5π (C) $\frac{25\pi}{4}$ (D) $\frac{25\pi}{2}$ (E) 25π
15. 多項式 $f(x)$ 以 $x^2 - 1$ 、 $x^2 - 5x + 6$ 除之的餘式分別為 $3x + 1$ 、 $2x - 1$ ，則 $f(x)$ 除以 $x^2 - 3x + 2$ 的餘式為何？
 (A) $-x + 5$ (B) $x + 2$ (C) $5x + 1$ (D) $2x + 7$ (E) $-2x + 3$
16. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 7 : 8 : 3$ ，則 $\cos A = ?$
 (A) $\frac{-1}{8}$ (B) $\frac{-1}{7}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{7}$ (E) $\frac{1}{3}$
17. 設向量 $\vec{a} = \langle 1, 2 \rangle$ 、 $\vec{b} = \langle \frac{1}{2} - 4^{x+1}, 7 \cdot 2^x \rangle$ ，若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，則 $x = ?$
 (A) -3 (B) -2 (C) $\frac{1}{8}$ (D) 2 (E) 3
18. 設 $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ，則 $\sqrt{1 + \sin 2\theta} - \sqrt{1 - \sin 2\theta} = ?$
 (A) 0 (B) $\sin \theta$ (C) $2 \sin \theta$ (D) $\cos \theta$ (E) $2 \cos \theta$
19. 設 x 為實數，求 $f(x) = 3(5^x + 5^{-x}) - 2(25^x + 25^{-x}) + 1$ 之最大值為何？
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 25
20. 設點 (a, b) 在直線 $x - 2y = 0$ 上且點 (c, d) 在直線 $2x - 4y = 1$ 上，則 $(a - c)^2 + (b - d)^2$ 之最小值為何？
 (A) $\frac{1}{20}$ (B) $\frac{1}{10}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ (E) $\frac{1}{\sqrt{20}}$

ANS :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	C	E	A	E	C	E	A	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	E	B	D	A	B	A	E	C	A

105 學年度四技新生基礎數學第二次測驗

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

1. 若 $\frac{1}{\alpha}$ 和 $\frac{1}{\beta}$ 為方程式 $x + \frac{3}{x} = 1$ 的兩根，則 $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = ?$
 (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) 1 (D) 2 (E) 3
2. 下列何者為方程式 $4(4^x + 4^{-x}) - (2^x + 2^{-x}) - 60 = 0$ 的解?
 (A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 1 (E) 3
3. 若 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ，則滿足方程式 $\frac{\cos \theta(1+2\sin \theta)}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta - \sin \theta} = 0$ 之 θ 的個數為何?
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
4. 已知 $f(x)$ 為二次多項式。若 $f(x) < 0$ 之解為 $-3 < x < 2$ 且 $f(1) = -4$ ，則 $f(x) = ?$
 (A) $x^2 - 3x - 2$ (B) $x^2 - 2x - 3$ (C) $x^2 + x - 6$
 (D) $x^2 + 2x - 7$ (E) $x^2 + 3x - 8$
5. 已知一正方體所有邊長和為 x 。若將此正方體的表面積和體積之值加總表示成一多項式，則此多項式包含下列哪一個因式?
 (A) $x+6$ (B) $x+12$ (C) $x+18$ (D) $x+36$ (E) $x+72$
6. 已知向量 $\vec{a} = \langle 5, -12 \rangle$ ，向量 \vec{b} 與 \vec{a} 同向，且 $|\vec{b}| = 39$ ，若 \vec{b} 之起點為 $(-1, 3)$ ，則 \vec{b} 之終點為何?
 (A) $(14, -33)$ (B) $(-14, 33)$ (C) $(-18, 45)$ (D) $(18, -45)$ (E) $(4, -9)$
7. 方程式 $\log x + \log(x+2) = \log(x+1) + 1$ 的解為何?
 (A) $4 - \sqrt{26}$ (B) $4 - 2\sqrt{3}$ (C) $4 - \sqrt{2}$ (D) $4 + 2\sqrt{3}$ (E) $4 + \sqrt{26}$
8. 設 $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$ ，則 $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = ?$
 (A) $\frac{17}{25}$ (B) $\frac{18}{25}$ (C) $\frac{19}{25}$ (D) $\frac{4}{5}$ (E) $\frac{21}{25}$
9. 已知 θ 為平面上兩向量 \vec{a} 與 \vec{b} 之夾角。若 $|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 5$ 且 $|2\vec{a} + \vec{b}| = 7$ ，則 $\cos \theta = ?$
 (A) $\frac{-1}{5}$ (B) $\frac{-1}{3}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{4}{5}$
10. 若 $\frac{x^3 - 5}{x^2 - 1} = f(x) + \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$ ，其中 $f(x)$ 為一次式且 a, b 為常數，求 $a+b = ?$
 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2 (E) 3

背面尚有題目

11. 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{a+x} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{4}$ ，則 $a+b=?$
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
12. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4+3h)^2 - 4^2}{\sqrt{4+3h} - 2} = ?$
 (A) 0 (B) 16 (C) 32 (D) 64 (E) 不存在
13. 若拋物線 $y = x^2 - ax + 3$ 與直線 $3x + y + 1 = 0$ 不相交且 a 為整數，則 a 有幾種可能?
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
14. 直線 $ax - y = b$ 與 $x + 2y = 3$ 垂直且過點 $(2,3)$ ，則 $ab=?$
 (A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 2 (E) 4
15. 設 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ ， $g(x) = 2 + x - x^2$ ，則合成函數 $f \circ g$ 的定義域為何?
 (A) \emptyset (空集合) (B) $0 < x < 1$ (C) $0 \leq x \leq 1$ (D) $x < 0$ 或 $x > 1$
 (E) $x \leq 0$ 或 $x \geq 1$
16. 若直線 L 的斜率為 $\frac{2}{3}$ 且與 x 軸所夾之銳角為 θ ，則 $\cos(\frac{3\pi}{2} - \theta) = ?$
 (A) $\frac{-3}{\sqrt{13}}$ (B) $\frac{-2}{\sqrt{13}}$ (C) $\frac{-1}{\sqrt{13}}$ (D) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ (E) $\frac{3}{\sqrt{13}}$
17. 已知 $A(3,5)$, $B(-1,2)$, $C(4,7)$ 為坐標平面上三點，則 $\vec{AB} + 3\vec{BC} + 3\vec{CA} = ?$
 (A) $(-4, -3)$ (B) $(-8, -6)$ (C) $(4, 3)$ (D) $(8, 6)$ (E) $(12, 9)$
18. 若一拋物線通過 $(-2,19)$, $(6,19)$, $(1,4)$ 三點，則此拋物線的頂點坐標為何?
 (A) $(2,1)$ (B) $(2,3)$ (C) $(2,5)$ (D) $(2,6)$ (E) $(2,7)$
19. 若 $f(x) = \log_{\sqrt{5}}(2x^3 - 5x^2 - 10x + 8)$ ，則 $f(2 - \sqrt{3}) = ?$
 (A) -4 (B) -2 (C) 1 (D) 2 (E) 4
20. 若一橢圓之焦點為 $(1 - \sqrt{3}, -1)$ 與 $(1 + \sqrt{3}, -1)$ 且過 $(3, -2)$ ，則此橢圓長軸之長為何?
 (A) $2\sqrt{3}$ (B) 4 (C) $2\sqrt{5}$ (D) $2\sqrt{6}$ (E) $2\sqrt{7}$

解答：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	D	C	E	A	E	A	A	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	C	E	D	B	B	D	B	D	D

106 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

1. 已知點 A 在圓 $x^2 + 12x + y^2 + 32 = 0$ 上，且點 B 在圓 $x^2 + y^2 + 16y + 55 = 0$ 上，則 \overline{AB} 之長度最小值為何？
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9
2. 若橢圓方程式 $\sqrt{(x-1)^2 + (y-5)^2} + \sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2} = 10$ ，則橢圓短軸長為何？
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
3. 若直線 L 與直線 $5x + 7y = 1$ 垂直，且 L 通過兩直線 $2x - 3y + 1 = 0$ 與 $4x + 5y - 9 = 0$ 的交點，則 L 的方程式為何？
(A) $5x - 7y = -2$ (B) $5x + 7y = 12$ (C) $7x - 5y = 2$
(D) $7x + 5y = 12$ (E) $7x + 5y = 20$
4. $\log_2 216 - \log_4 9 - \log_2 9 = ?$
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
5. 設 α, β 為方程式 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 之二根，則 $\frac{\alpha^2\beta + \alpha\beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} = ?$
(A) -4 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{6}$ (E) $\frac{1}{2}$
6. 設 $\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi$ 且 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ，則 $\sqrt{2 + 2\cos 2\theta} = ?$
(A) 0 (B) $\frac{4}{5}$ (C) 1 (D) $\frac{6}{5}$ (E) $\frac{8}{5}$
7. 已知 $f(x)$ 為二次函數且 $f(x) > 0$ 的解為 $-1 < x < \frac{1}{2}$ ，則 $f(2x) < 0$ 的解為何？
(A) $x < -1$ 或 $x > \frac{1}{2}$ (B) $x < -2$ 或 $x > 1$ (C) $-2 < x < 1$
(D) $x < -\frac{1}{2}$ 或 $x > \frac{1}{4}$ (E) $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{4}$
8. 設 α, β 為方程式 $\log_3 x = 5 - \frac{4}{\log_3 x}$ 之兩根，則 $\alpha + \beta = ?$
(A) 84 (B) 85 (C) 86 (D) 87 (E) 88
9. 求 $2 \cdot 9^x - 39 \cdot 3^{x-1} - 45 = 0$ ，則 $x = ?$
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

背面尚有題目

10. 下列何者正確?

- (A) $\sin \frac{3\pi}{4} < \cos \frac{3\pi}{4}$ (B) $\cos(-\theta) = -\cos \theta$ (C) $1 + \sec^2 \theta = \tan^2 \theta$
(D) $\sec(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\csc \theta$ (E) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta$

11. 若 $13^5 - 11 \cdot 13^4 - 25 \cdot 13^3 - 12 \cdot 13^2 + a \cdot 13 - 13 = 0$ ，求 $a = ?$

- (A) -12 (B) -11 (C) 1 (D) 7 (E) 17

12. 設拋物線方程式為 $x = ay^2 + b$ ，其中 $a > 0$ 。若此拋物線過 $(0, \sqrt{2})$ 且焦點座標為 $(-\frac{1}{2}, 0)$ ，則 $a - b = ?$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{7}{4}$ (D) 2 (E) $\frac{7}{2}$

13. 若 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + k$ 且 $f(1 + \sqrt{3}) = 2$ ，求 $k = ?$

- (A) -3 (B) -2 (C) 2 (D) 3 (E) 6

14. 已知向量 \vec{a} 、 \vec{b} 之夾角為 θ ，若 $|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 4$ 且 $(3\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b}) = -4$ ，則 $\theta = ?$

- (A) 0 (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{3}$ (E) $\frac{\pi}{2}$

15. 若雙曲線方程式 $x^2 - 2x - 4y^2 - 3 = 0$ 之二頂點座標為 (a, b) 與 (c, d) ，則 $a + b + c + d = ?$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

16. 設 (a, b) 滿足 $3x + 4y = 12$ ，則 $(a - 4)^2 + (b - 5)^2$ 最小值為何?

- (A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 20

17. 已知 $x^2 - 3x + 2$ 除 $f(x)$ 的餘式為 $2x + 5$ 且 $x^2 + 2x - 3$ 除 $g(x)$ 的餘式為 $3x - 1$ ，則 $x - 1$ 除 $[f(x) + g(x)]$ 的餘式為何?

- (A) -2 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 9

18. 設 $\pi < \theta \leq \frac{3\pi}{2}$ 且 $18 \sin^2 \theta + 9 \cos \theta - 13 = 0$ ，則 $\tan \theta = ?$

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$ (E) $3\sqrt{2}$

19. 令向量 $\vec{a} = \langle 1, 1 \rangle$ 、 $\vec{b} = \langle 2 - x, y - 1 \rangle$ 。若 $y > 0$ 、 $2|\vec{a}| = |\vec{b}|$ 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，則 $(x, y) = ?$

- (A) (-1, -2) (B) (3, 2) (C) (4, 3) (D) (5, 4) (E) (6, 5)

20. $\frac{-7x + 22}{(x + 4)(x - 1)^2} = \frac{A}{x + 4} + \frac{B}{x - 1} + \frac{C}{(x - 1)^2}$ ，求 $A + B + C = ?$

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

ANS :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	E	C	B	C	E	D	A	B	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	E	D	C	D	E	D	C	B

106 學年度四技新生基礎數學第二次測驗(A 卷)

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

1. 方程式 $2 \sin x = x$ 有幾個解?
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
2. 設 x 為實數，求滿足兩不等式 $x^3 > 12 + 8x - x^2$ ， $x^2 < 4 + 3x$ 的解為何?
 (A) $x < 2$ 或 $x > 3$ (B) $x > 3$ (C) $3 < x < 4$
 (D) $-2 < x < 4$ (E) $x > 4$
3. $\cos 127^\circ \cos 23^\circ + \cos 217^\circ \cos 67^\circ = ?$
 (A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. 不等式 $\log_2(x - \frac{1}{2}) > \log_4(2 - x) - 1$ 之解為何?
 (A) $\frac{1}{2} < x < 2$ (B) $1 < x < \frac{3}{2}$ (C) $\frac{3}{2} < x < 2$
 (D) $\frac{-1}{4} < x < 1$ (E) $1 < x < 2$
5. 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{\sqrt{x+3}} - \frac{1}{\sqrt{3x+1}}}{x^2 + x - 2} = ?$
 (A) $\frac{1}{48}$ (B) $\frac{1}{40}$ (C) $\frac{1}{32}$ (D) $\frac{1}{24}$ (E) $\frac{1}{16}$
6. 若 $\frac{1}{\alpha}$ 和 $\frac{1}{\beta}$ 為方程式 $x(x-6) = -2$ 的兩根且 $\alpha > \beta$ ，則 $\alpha^2\beta - \alpha\beta^2 = ?$
 (A) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{7}}{5}$ (E) $\frac{\sqrt{7}}{6}$
7. 已知橢圓方程式為 $\frac{(x-1)^2}{a} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ 且其短軸平行 y 軸，若 $P(k, 2)$ 為橢圓上一點且 P 點到點 $(1, 2)$ 的距離不超過 3，假設 a 為整數，則 a 有幾種可能?
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
8. 設直線 L 通過兩點 $(3, 0)$ 、 $(0, -4)$ ，直線 M 為通過點 $(-1, 1)$ 且與 L 垂直之直線，若 M 其方程式為 $ax + by = 1$ ，則 $a + b = ?$
 (A) -7 (B) -1 (C) 1 (D) 3 (E) 7
9. 若 $a > 0$ ， $a \neq 1$ ，且 $\log_a(\sqrt{2} - 1) = 2x$ ，求 $\frac{a^{-3x} - a^{3x}}{a^{-x} + a^x} = ?$
 (A) $2 - \sqrt{2}$ (B) $3 - \sqrt{2}$ (C) $1 + \sqrt{2}$ (D) $2 + \sqrt{2}$ (E) $3 + \sqrt{2}$

背面尚有題目

10. 若拋物線 $x = \frac{1}{64}y^2$ 與直線 $x - \frac{1}{k}y + 1 = 0$ 有交點且 k 為整數，則 k 有幾種可能？
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 8 (E) 9
11. 已知向量 $a = \langle 3, 1 \rangle$ 、 $b = \langle 2, 4 \rangle$ 。若 $|\bar{a} + t\bar{b}|$ 之最小值為何？
 (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\sqrt{5}$ (E) $\sqrt{6}$
12. 若 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{\sqrt{3x+a} - b}{x} \right) = \frac{3}{4}$ ，求 $a+b = ?$
 (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 18
13. 若 $\frac{x^4 + 2x^3 + 2x + 2}{x^3 - 1} = f(x) + \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$ ，其中 $f(x)$ 為一次式且 a 、 b 為常數，則 $a+b = ?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2
14. 已知向量 $|\bar{a}| = 2$ 、 $|\bar{b}| = 3$ 、 $|\bar{c}| = 2$ 且 $|\bar{a} + \bar{b} + 2\bar{c}| = 0$ ，則 $|\bar{a} + 2\bar{b} + 5\bar{c}| = ?$
 (A) $\sqrt{\frac{21}{2}}$ (B) $\sqrt{\frac{23}{2}}$ (C) $\sqrt{\frac{24}{2}}$ (D) $\sqrt{\frac{26}{2}}$ (E) $\sqrt{\frac{27}{2}}$
15. 假設 $P(2, 0)$ 、 $Q(0, 2)$ 和 R 為圓 $x^2 + y^2 = 4$ 上三點，則三角形 PQR 最大面積為
 (A) 4 (B) $2 + 2\sqrt{2}$ (C) $4 + \sqrt{2}$ (D) $4\sqrt{2}$ (E) $4 + 4\sqrt{2}$
16. 下列哪一條直線為兩直線 $4x - 3y = 2$ 、 $3x - 4y = -7$ 的交角平分線方程式？
 (A) $x - y = -9$ (B) $x - y = 9$ (C) $x + y = -9$
 (D) $x + y = 9$ (E) $7x - 7y = 5$
17. 若 $f(x) = \log_{27} \sqrt[3]{g(x)}$ ，其中 $g(x) = x^4 + 5x^3 + 6x^2 + x - 1$ ，則 $f(\sqrt{3}-1) = ?$
 (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{5}{6}$ (D) 1 (E) $\sqrt{3}$
18. 函數 $f(x) = \sin^2 x - \cos x + 1$ 的最大值為何？
 (A) $\frac{5}{4}$ (B) $\frac{7}{4}$ (C) 2 (D) $\frac{9}{4}$ (E) 3
19. 若 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ 且 $f(g(x)) = \frac{x+1}{2x+1}$ ，求 $g(1) = ?$
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
20. 設 $4^{x+1} - 15 \cdot 2^{x+1} + 32 = 0$ 的兩根為 α 和 β ，則 $\alpha + \beta = ?$
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

解答：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	C	A	E	D	A	C	E	B	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	C	E	B	D	A	D	E	C

107 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

1. 設橢圓 $9x^2 + 16y^2 - 18x - 135 = 0$ 的兩焦點為 F_1 、 F_2 ，點 P 在橢圓上。若 $\overline{PF_1} = 2$ ，則 $\overline{PF_2} = ?$
 (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 8
2. 若 α, β 為方程式 $x + \frac{2}{x} + 1 = 0$ 的兩根，則 $\alpha^3\beta - \alpha^2\beta^2 + \alpha\beta^3 = ?$
 (A) -10 (B) -6 (C) -2 (D) 6 (E) 10
3. 設 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，其中 a 、 b 、 c 皆為實數。若不等式 $f(x) < 0$ 之解為 $x < -2$ 且 $f(2) = 0$ ，則 $3a + b + 2c = ?$
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9
4. 若 $\triangle ABC$ 中，向量 $\overline{AB} = \langle 3, -2 \rangle$ 、 $\overline{BC} = \langle x, -1 \rangle$ 、 $\overline{CA} = \langle 4, y \rangle$ ，則 $y - x = ?$
 (A) -10 (B) -4 (C) 4 (D) 10 (E) 20
5. 若 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ ，則 $\sin \theta + \cos \theta$ 可能為下列何者？
 (A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (E) $\frac{\sqrt{7}}{2}$
6. 若拋物線 $y = 2x^2 + bx + c$ 的頂點為 $(1, 4)$ ，則 $2b + c = ?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2
7. 設 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC$ 為鈍角， $|\overline{AB}| = 6$ 、 $|\overline{AC}| = 7$ 。若 $\triangle ABC$ 的面積為 $7\sqrt{5}$ ，則 $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = ?$
 (A) -28 (B) -14 (C) -7 (D) 14 (E) 28
8. 若 $\cot \frac{5\pi}{8} = k$ ，則 $\csc \frac{\pi}{8} = ?$
 (A) $-\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$ (B) $-\frac{\sqrt{1+k^2}}{k}$ (C) k (D) $\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$ (E) $\frac{\sqrt{1+k^2}}{k}$
9. 設 x 、 y 、 z 皆為實數，且 $xyz \neq 0$ 。若 $8^x = 9^y = 5^z = a$ ，且 $\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$ ，則 a 為何？
 (A) 500 (B) 600 (C) 700 (D) 800 (E) 900

背面尚有試題

10. 若 $a+2b=10$ ，則 a^2+b^2 的最小值為何？
 (A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 30
11. 設 $f(n) = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ ，求 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(15) = ?$
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
12. 若 $x^2 - x - 2$ 除 $x^4 + x^3 + ax^2 + x + b$ 的餘式為 $x+1$ ，則 $a^2 + b^2 = ?$
 (A) 145 (B) 146 (C) 147 (D) 148 (E) 149
13. 若 $f(x) = x^4 - 9x^3 + 5x^2 - 3x + 16$ ，則 $f(5 - 2\sqrt{3}) = ?$
 (A) $6 - 4\sqrt{3}$ (B) $8 - 6\sqrt{3}$ (C) $10 - 8\sqrt{3}$ (D) $12 - 10\sqrt{3}$ (E) $14 - 12\sqrt{3}$
14. 若拋物線 $y = x^2 + kx + 2$ 恆在直線 $x + y - 1 = 0$ 之上方，則 k 的範圍為何？
 (A) $-\sqrt{2} < k < \sqrt{2}$ (B) $k < -\sqrt{2}$ 或 $k > \sqrt{2}$ (C) $-2 < k < 2$
 (D) $-3 < k < 1$ (E) $k < -3$ 或 $k > 1$
15. $\frac{\log 3 \cdot \log_6 25 \cdot \log_7 8}{\log_7 5 \cdot \log 2 \cdot \log_6 27} = ?$
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
16. 設兩向量 \vec{a} 、 \vec{b} 的夾角為 $\frac{\pi}{3}$ 。若 $|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 2$ ，則 $|3\vec{a} - 4\vec{b}| = ?$
 (A) 5 (B) $\sqrt{53}$ (C) 8 (D) $\sqrt{73}$ (E) 9
17. 若 $\frac{ax^2 + bx + c}{(x+2)(x+1)^2} = \frac{-1}{x+2} + \frac{2}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}$ ，則 $3a + 2b + c = ?$
 (A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 (E) 20
18. 若 $\log(1 + \cos \theta) + \log\left(\frac{1}{4} - \cos \theta\right) = \log\left(-\frac{3}{4} \cos \theta\right)$ ，則 θ 可能為下列何者？
 (A) $-\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$ (E) $\frac{5\pi}{6}$
19. 設 $P(4, 3)$ 、 $Q(4, -2)$ 、 $R(1, 2)$ 為平面上三點，求點 P 到直線 \overline{QR} 的距離。
 (A) 2 (B) $\sqrt{5}$ (C) 3 (D) 5 (E) $\sqrt{26}$
20. 若 α 為方程式 $\log_3(x+2) = 2 - \log_3(x-6)$ 之根，則下列何者為 α 之倍數？
 (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 14

ANS :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	A	B	D	E	A	A	B	E	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	C	D	B	D	C	D	C	E

107 學年度四技新生基礎數學第二次測驗(A 卷)

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

- 設拋物線 $y = ax^2 + bx - c$ ， a 、 b 、 c 皆為正實數，則下列敘述何者正確？
(A) 開口向下 (B) 與 x 軸無交點 (C) 交於正 y 軸
(D) 頂點在第三象限 (E) 準線平行 y 軸
- $(150x^5 - 312x^4 + 28x^3 - 13x - 9) \div (x - 2)$ 的餘式為何？
(A) -19 (B) -3 (C) -1 (D) 1 (E) 3
- 設 $Q(a, b)$ 為直線 $L: 2x - y = 4$ 到 $P(1, 3)$ 的最近點，則 $a + b = ?$
(A) 2 (B) $\frac{7}{2}$ (C) 5 (D) $\frac{13}{2}$ (E) 7
- 設有一橢圓中心在 $(1, 1)$ ，其長軸平行 x 軸且長軸長為短軸長的 3 倍，並通過 $(4, 0)$ ，則短軸長為何？
(A) $2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{5}$ (D) $2\sqrt{6}$ (E) $4\sqrt{2}$
- 若直線 $3x + 4y + k = 0$ 與圓 $x^2 + y^2 + 8x + 16y - 20 = 0$ 相切且 $k < 0$ ，則 $k = ?$
(A) -8 (B) -6 (C) -4 (D) -3 (E) -2
- 設 $\vec{a} = \langle 1, t - 1 \rangle$ 、 $\vec{b} = \langle 2t - 2, t + 2 \rangle$ 。若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ 且 $|\vec{b}| > 2$ ，則 $t = ?$
(A) -4 (B) -1 (C) 1 (D) 2 (E) 4
- 設 $f(x) = (5^{2x} + 5^{-2x}) - (5^x + 5^{-x}) + 3$ ，則 $f(x)$ 的最小值為何？
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
- 不等式 $x^2 - 4x + 2 \geq |x - 2|$ 的解為何？
(A) $(-\infty, 0] \cup [1, \infty)$ (B) $(-\infty, 0] \cup [2, \infty)$ (C) $(-\infty, 0] \cup [4, \infty)$
(D) $(-\infty, 1] \cup [2, \infty)$ (E) $(-\infty, 1] \cup [4, \infty)$
- 設 $a = \log \frac{4}{3}$ 、 $b = \log \frac{2}{3}$ ，則 $\log 24 = ?$
(A) $2a - 5b$ (B) $3a - 5b$ (C) $4a - 5b$ (D) $4a - 4b$ (E) $4a - 3b$
- 設方程式 $3^{x^2} \cdot (3^x)^2 = 27$ 之所有解為 α 與 β ，則 $\alpha^2 + \beta^2 = ?$
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

背面尚有題目

11. $\sin(-23^\circ)\sin 367^\circ + \cos 7^\circ \sin(-247^\circ) = ?$

- (A) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{-1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. 若 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(3x-1) - f(x+1)}{x-1} = ?$

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (D) $\frac{-\sqrt{2}}{4}$ (E) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

13. 若甲乙兩人解方程式 $x^2 + mx + n = 0$ ，甲看錯 m 解得兩根為 -3 、 5 ，乙看錯 n 解得兩根為 -4 、 2 ，則原方程式的兩根為何？

- (A) -3 、 -4 (B) -3 、 2 (C) -4 、 5 (D) 2 、 5 (E) 3 、 -5

14. 設 $\frac{x^2 + x - 3}{(x-1)^2(x^2 - x + 1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2 - x + 1}$ ，則 $B = ?$

- (A) -7 (B) -5 (C) -3 (D) -1 (E) 2

15. 設直線 L 通過 $P(1, 6)$ 且與第二象限所圍的三角形面積為 4 ，則直線 L 的方程式為

- (A) $4x - y = 2$ (B) $x + 4y = 25$ (C) $2x - y = -4$ (D) $2x + y = 8$ (E) $4x + y = 4$

16. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x + x}) = ?$

- (A) 2 (B) 1 (C) -1 (D) -2 (E) 不存在

17. 設 $a = \log 2$ 、 $b = \log 3$ 。若 x 滿足 $5^x - 6 \cdot 5^{-x} = 1$ ，則 $x = ?$

- (A) $\frac{a}{1+b}$ (B) $\frac{b}{1+a}$ (C) $\frac{b}{a}$ (D) $\frac{b}{1-a}$ (E) $\frac{a}{1-b}$

18. 函數 $f(x) = \tan^2 x - \sec x + 4$ 之最小值為何？

- (A) $\frac{11}{4}$ (B) 3 (C) $\frac{13}{4}$ (D) $\frac{7}{2}$ (E) $\frac{15}{4}$

19. 設 $f(x) = \sqrt{5-x}$ 、 $g(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$ ，則合成函數 $g \circ f$ 的定義域為何？

- (A) $(-4, 5]$ (B) $[-4, 5)$ (C) $[-4, 3)$ (D) $(-4, 3]$ (E) $[3, 5]$

20. 若 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + (a-3)x - 3a}{x^2 + 3x + 2} = b$ ，則 $ab = ?$

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

A 卷解答

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	B	C	A	B	A	C	C	C	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E	D	E	D	C	C	D	B	A	E

108 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

1. 若 $f(x)$ 與 $g(x)$ 除以 $(x-2)$ 的餘式分別為 5 、 -2 ，則 $(x^2-x+1)f(x)+(x-3)g(x)$ 除以 $(x-2)$ 的餘式為何？
 (A) 11 (B) 13 (C) 15 (D) 17 (E) 19
2. 若 a 、 b 均為實數，且 $ax^2+bx-5 < 0$ 之解為 $\frac{-1}{2} < x < \frac{5}{3}$ ，則 $a+b=?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2
3. 若 $\sum_{k=1}^9 a_k = 7$ 、 $\sum_{k=1}^{11} b_k = 5$ ，且 $a_{10} = 5$ 、 $b_{11} = -3$ ，則 $\sum_{k=1}^{10} (5a_k - 4b_k + 3) = ?$
 (A) 56 (B) 57 (C) 58 (D) 59 (E) 60
4. 若 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 且 $\tan \theta + \sec \theta = \frac{3}{2}$ ，則 $\sin \theta = ?$
 (A) $\frac{2}{13}$ (B) $\frac{3}{13}$ (C) $\frac{4}{13}$ (D) $\frac{5}{13}$ (E) $\frac{6}{13}$
5. 在坐標平面上，由二元一次聯立不等式 $\begin{cases} x \geq 0, y \geq -2 \\ x+2y-2 \leq 0 \\ x+y-2 \leq 0 \end{cases}$ 所圍成區域的面積為何？
 (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 12 (E) 14
6. 若 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 且 $\cos 4\theta = \sin 2\theta$ ，則 $\tan 2\theta = ?$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (C) 1 (D) $\sqrt{3}$ (E) 2
7. 若兩圓 $C_1: (x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ 與 $C_2: (x+2)^2 + (y-2)^2 = k$ 相交，則實數 k 的範圍為何？
 (A) $2 \leq k \leq 4$ (B) $3 \leq k \leq 7$ (C) $4 \leq k \leq 25$ (D) $5 \leq k \leq 36$ (E) $9 \leq k \leq 49$
8. 若兩向量 \vec{a} 、 \vec{b} 的夾角為 θ ，且 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ 、 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{7}$ 、 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{2}$ ，則 $\cos \theta = ?$
 (A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{3}{7}$ (C) $\frac{5}{7}$ (D) $\frac{5}{9}$ (E) $\frac{7}{9}$
9. 若直線 $ax+by-ab=0$ ($a > 0$ 、 $b < 0$) 過點 $(-3, -1)$ ，且此直線與兩座標軸圍起來的三角形面積為 6，則 $a = ?$
 (A) $2-2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{2}-2$ (C) $2-\sqrt{2}$ (D) $2+\sqrt{2}$ (E) $2+2\sqrt{2}$
10. 若 a 、 b 、 c 皆為整數，且 $x^3 - x^2 - 3x + 2 = (x+a)(x^2+bx+c)$ ，則 $a-b+c = ?$
 (A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 2 (E) 4

背面尚有試題

11. 若 $2^x - 2^{-x} = 2$ ，則 $x = ?$
- (A) $\log_2(1 + \sqrt{2})$ (B) $\log_2(2 + \sqrt{2})$ (C) $\log_2(1 + 2\sqrt{2})$
(D) $\log_2(2 + 2\sqrt{2})$ (E) $\log_2(3 + 2\sqrt{2})$
12. 若 $(\log \frac{x}{a})(\log \frac{x}{3}) = 2$ 之兩根乘積為 61，則 $a = ?$
- (A) $\frac{3}{61}$ (B) $\frac{4}{61}$ (C) $\frac{61}{4}$ (D) $\frac{61}{3}$ (E) $\frac{61}{2}$
13. 設 $b > 0$ 。若兩直線 $L_1: 3x - 4y + 2 = 0$ 與 $L_2: 8x + ay + b = 0$ 相互垂直，且點 $(4, -2)$ 到直線 L_2 的距離為 3，則 $a - b = ?$
- (A) -6 (B) -4 (C) -2 (D) 2 (E) 4
14. 點 $P(1, -6)$ 到曲線 $\sqrt{(x-4)^2 + y^2} + \sqrt{(x+2)^2 + y^2} = 10$ 的最短距離為何?
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
15. 點 $P(0, 2)$ 到曲線 $x^2 - y^2 = 1$ 的最短距離為何?
- (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2 (E) $\sqrt{5}$
16. 下列何者正確?
- (A) $0 < \theta < \frac{\pi}{4} \Rightarrow \cos \theta < \sin \theta$ (B) $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \theta < \sin \theta$
(C) $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi \Rightarrow \sin \theta < \cos \theta$ (D) $\frac{5\pi}{4} < \theta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos \theta < \sin \theta$
(E) $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi \Rightarrow \tan \theta < \sin \theta$
17. 設多項式 $f(x)$ 除以 $x+1$ 、 $x^2 - 3x + 1$ 的餘式分別為 4、 $2x + 11$ 。若 $f(x)$ 除以 $(x+1)(x^2 - 3x + 1)$ 的餘式為 $ax^2 + bx + c$ ，則 $a + b + c = ?$
- (A) -14 (B) -13 (C) 0 (D) 13 (E) 14
18. 不等式 $\log_2 x + 6\log_x 2 < 5$ 之解為何?
- (A) $2 < x < 3$ (B) $1 < x < 4$ (C) $x < 1$ 或 $2 < x < 3$
(D) $x < 1$ 或 $4 < x < 8$ (E) $x > 8$
19. 若 x, y, z 為實數，且 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ ，則 $x^2 + 2y^2 + z^2$ 的最小值為何?
- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) 1 (D) $\frac{4}{3}$ (E) $\frac{5}{3}$
20. 若點 P 介於 $A(1, 1)$ 、 $B(-5, 4)$ 之間且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$ ，則點 P 到直線 $4x - 3y = 1$ 之距離為何?
- (A) 4 (B) $\frac{21}{5}$ (C) $\frac{22}{5}$ (D) $\frac{24}{5}$ (E) 5

ANS :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	B	C	D	B	B	E	D	E	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	D	B	B	C	E	E	D	A	C

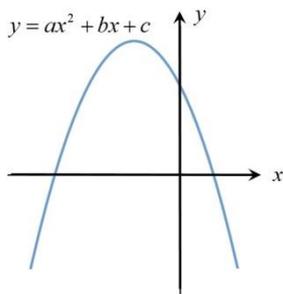
108 學年度四技新生基礎數學第二次測驗(A 卷)

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

1. 求不等式 $x^2 - (\sqrt{x-2})^2 < 4x-2$ 的實數解。
 (A) $-1 < x < 4$ (B) $0 < x < 4$ (C) $1 < x < 4$ (D) $2 \leq x < 4$ (E) $x < 1$ 或 $x > 4$
2. 設 $f(x)$ 除以 $(x-2)$ 的商為 $Q(x)$ ，餘數為 3，且 $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘數為 1，則 $Q(1) = ?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2 (E) 3
3. 設 $\frac{1}{\alpha}$ 和 $\frac{1}{\beta}$ 為方程式 $x^2 - 2x + 4 = 0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta = ?$
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) 4 (E) 8
4. $1 + (1+2) + (1+2+3) + \cdots + (1+2+3+\cdots+10) = ?$
 (A) 180 (B) 210 (C) 220 (D) 240 (E) 250
5. 設 $\frac{-26x+47}{(x^2+4)(2x-1)^2} = \frac{ax+b}{x^2+4} + \frac{c}{2x-1} + \frac{d}{(2x-1)^2}$ ，則 $d = ?$
 (A) -8 (B) -4 (C) 2 (D) 4 (E) 8
6. 設 $\cos 2\theta = \sin \theta$ ， $0 \leq \theta \leq \pi$ ，則 $\tan^2 \theta = ?$
 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) $\frac{4}{3}$ (E) 3
7. 設 $\triangle ABC$ 中， $\tan A = \frac{4}{3}$ ， $\cos B = \frac{12}{13}$ ，則 $\cos C = ?$
 (A) $-\frac{56}{65}$ (B) $-\frac{36}{65}$ (C) $-\frac{16}{65}$ (D) $\frac{16}{65}$ (E) $\frac{56}{65}$
8. $\sin 150^\circ - \cos 240^\circ - \tan 315^\circ = ?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2
9. 方程式 $100 \cdot x^{3 \log x} = x^5$ 之所有實根的立方和為何?
 (A) 1000 (B) 1001 (C) 1010 (D) 1100 (E) 1110
10. 求不等式 $\frac{3 \log_3 x + 5}{\log_3 x - 1} \leq 1$ 的解。
 (A) $\frac{1}{27} < x < 3$ (B) $\frac{1}{27} \leq x < 3$ (C) $3 < x < 9$ (D) $\frac{1}{27} \leq x < 9$ (E) $\frac{1}{27} < x < 9$
11. 已知橢圓 $\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$ 短軸的兩頂點為另一橢圓 Γ 的焦點，且 Γ 過點 $(7,1)$ ，則 Γ 長軸長為何?
 (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 14

背面尚有題目

12. 若兩圓 $C_1: (x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$ 與 $C_2: (x-3)^2 + (y+1)^2 = k$ 相切，則 k 可能為何？
 (A) 9 (B) 25 (C) 49 (D) 81 (E) 121
13. 設 $2 \cdot 9^{x-1} + 5 \cdot 3^{x+1} + 2 = 0$ 的兩根為 α 和 β ，則 $\alpha + \beta = ?$
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
14. 設拋物線 $y = ax^2 + bx + c$ 之圖形如下所示，則下列何者正確？



- (A) $b^2 - 4ac \leq 0$ (B) $c < 0$ (C) $ab < 0$ (D) 對稱軸為 $x = \frac{b}{2a}$ (E) $b < 0$
15. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overrightarrow{AB} = \langle -8, 6 \rangle$ ， $\overrightarrow{AC} = \langle -3, 4 \rangle$ ，則 $\triangle ABC$ 之面積為何？
 (A) 6 (B) $\frac{13}{2}$ (C) 7 (D) $\frac{15}{2}$ (E) 8
16. 設 $\vec{a} = \langle 3, 1 \rangle$ ， $\vec{b} = \langle x, y \rangle$ 為平面上兩向量，且 $x^2 + y^2 = 20$ ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 的最大值為何？
 (A) $5\sqrt{2}$ (B) $10\sqrt{2}$ (C) $15\sqrt{2}$ (D) $20\sqrt{2}$ (E) $25\sqrt{2}$
17. 若 a 、 b 皆為實數，且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax - 3}{x^2 - 1} = b$ ，則 $a + b = ?$
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
18. 設 a 為實數， $f(x) = 2x + a$ ， $g(x) = 3x + 1$ 。若 $f \circ g = g \circ f$ ，則 $a = ?$
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1 (E) 2
19. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2h}-1}{h} = ?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2 (E) 3
20. 下列何者為函數 $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{2x-x^2}-1}$ 的定義域？
 (A) $[0, 1)$ (B) $(1, 2]$ (C) $[0, 2]$ (D) $(2, \infty)$ (E) $[0, 1) \cup (1, 2]$

108 學年度四技新生基礎數學第二次測驗解答(A 卷)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	D	B	C	E	A	C	E	D	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	A	E	C	B	A	C	B	E