

## 100 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

1. 已知  $f(x)$  為一實係數多項式，且  $f(\frac{3}{2}) = 27$ ， $f(-\frac{5}{3}) = 8$ 。若  $f(x)$  除以  $(6x^2 + x - 15)$  的餘式為  $ax + b$ ，則  $b - a = ?$   
 (A) 4            (B) 8            (C) 12            (D) 16            (E) 20
2. 若  $\alpha$ ， $\beta$  為方程式  $x - \frac{3}{x} + 1 = 0$  的兩根，則  $(\frac{2}{\alpha} + 5)(\frac{2}{\beta} + 5) = ?$   
 (A) 9            (B) 15            (C) 21            (D) 27            (E) 33
3. 求  $13^5 - 14 \times 13^4 + 15 \times 13^3 - 25 \times 13^2 - 12 \times 13 + 9 = ?$   
 (A) 22            (B) 25            (C) 28            (D) 31            (E) 34
4. 若  $\frac{2x^2 - x + 4}{x^4 + 4x^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx + D}{x^2 + 4}$ ，則  $A + B + C + D = ?$   
 (A)  $\frac{1}{2}$             (B) 2            (C) 3            (D)  $\frac{7}{2}$             (E) 5
5.  $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 3x + 2} \leq -1$  之解為何?  
 (A)  $1 \leq x < 2$     (B)  $1 < x \leq 2$     (C)  $1 < x < 2$     (D)  $x \geq 2$  或  $x < 1$     (E)  $x > 2$  或  $x < 1$
6. 若  $a, b$  均為實數且  $ax^2 + bx - 10 < 0$  之解為  $\frac{-5}{2} < x < \frac{4}{3}$ ，則  $a + b = ?$   
 (A) 5            (B)  $\frac{11}{2}$             (C) 6            (D)  $\frac{13}{2}$             (E) 7
7. 若直線  $12x - 5y = 21$  與二直線  $x = \frac{23}{39}$ 、 $x = \frac{16}{13}$  分別交於  $A$ 、 $B$  二點，則線段長  $\overline{AB} = ?$   
 (A)  $\frac{6}{5}$             (B)  $\frac{5}{4}$             (C)  $\frac{5}{3}$             (D)  $\frac{13}{5}$             (E)  $\frac{25}{7}$
8. 設兩向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的夾角為  $\theta$ ，且  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ， $|\vec{a} + \vec{b}| = 4$ ， $|\vec{a} - \vec{b}| = 3$ ，則  $\cos \theta = ?$   
 (A)  $\frac{7}{25}$             (B)  $\frac{5}{13}$             (C)  $\frac{3}{5}$             (D)  $\frac{4}{5}$             (E)  $\frac{5}{6}$
9. 設兩向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的夾角為  $\theta$ ，且  $|\vec{a}| = 7$ ， $|\vec{b}| = 5$ ， $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ ，則  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (2\vec{a} - 3\vec{b}) = ?$   
 (A) -25            (B) -5            (C) 0            (D) 44            (E) 51
10. 橢圓以  $(2, 2)$  與  $(6, 2)$  為兩焦點，且與直線  $x + 1 = 0$  相切，則橢圓短軸半長為何?  
 (A) 4            (B)  $\sqrt{21}$             (C)  $\sqrt{23}$             (D)  $\sqrt{29}$             (E) 6
11. 設拋物線  $y = 2x - \frac{1}{2}x^2$  的焦點坐標為  $(a, b)$ ，則  $ab = ?$   
 (A) 3            (B) 3.5            (C) 4            (D) 4.5            (E) 5

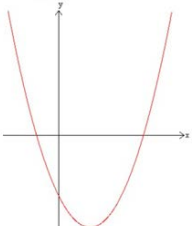
12. 雙曲線  $xy - 3x + 4y = 0$  兩頂點的距離為何?  
 (A)  $2\sqrt{3}$  (B) 4 (C)  $2\sqrt{6}$  (D)  $4\sqrt{3}$  (E)  $4\sqrt{6}$
13. 若  $\log_2(3 - x^2) = 1 + \log_2 x$ ，則  $x = ?$   
 (A) -3 (B) -3 或 1 (C) 1 (D) 2 (E) 3
14. 若  $f(x) = \frac{1+2^x}{1-2^x}$ ，且  $f(a) = 3$ 、 $f(b) = 5$ ，則  $f(a+b) = ?$   
 (A)  $\frac{5}{3}$  (B) 2 (C) 6 (D) 8 (E) 15
15. 求  $\log_2(\sqrt{12+2^{\frac{7}{2}}} + \sqrt{12-2^{\frac{7}{2}}}) = ?$   
 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{3}{2}$  (C) 2 (D)  $\frac{5}{2}$  (E) 4
16. 設  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，且  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ ，則  $\sin \theta + \cos \theta = ?$   
 (A) -1 (B)  $-\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (E)  $\frac{\sqrt{7}}{2}$
17. 下列何者錯誤?  
 (A) 若  $0 < x < \frac{\pi}{4}$ ，則  $\sin x < \cos x < \cot x$   
 (B) 若  $\pi < x < \frac{5\pi}{4}$ ，則  $\sec x < \csc x < \cot x$   
 (C) 若  $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ ，則  $\cos x < \sin x < \tan x$   
 (D) 若  $\pi < x_1 < x_2 < \frac{3\pi}{2}$ ，則  $\sin x_1 > \sin x_2$   
 (E) 若  $\frac{\pi}{2} < x_1 < x_2 < \pi$ ，則  $\cos x_1 > \cos x_2$
18. 若  $mx + 3y + 1 = 0$  與  $x + (m-2)y + m = 0$  之交點在第二象限內，則  $m$  之範圍為何?  
 (A)  $0 < m < 1$  (B)  $0 < m < 2$  (C)  $0 < m < 3$  (D)  $1 < m < 3$  (E)  $1 < m < 4$
19. 若點  $(a, b)$  在直線  $2x + 3y = 1$  上移動，則直線  $ax + by = 3$  恆過那一點?  
 (A) (3, 4) (B) (4, 5) (C) (5, 7) (D) (5, 8) (E) (6, 9)
20. 已知  $A(3, -5)$ 、 $B(-7, 4)$ ，且點  $P$  介於  $A$ 、 $B$  之間，又  $\overline{AB} : \overline{BP} = 7 : 4$ ，若  $P$  之坐標為  $(a, b)$ ，則  $7a + 21b = ?$   
 (A) -33 (B) -32 (C) -31 (D) -30 (E) -29

**ANS :**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	D	A	B	C	D	C	A	E	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	E	C	B	D	E	B	D	E	A

## 100 學年度四技新生基礎數學第二次測驗

1. 若  $\alpha, \beta$  為方程式  $x^2 + 12x + 9 = 0$  的兩根，則  $(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})^2 = ?$   
 (A) -18            (B) -6            (C) 6            (D) 12            (E) 18
2. 若  $x^4 - x^3 - x^2 - x - 2$  與  $2x^3 + x^2 - 7x - 6$  的最高公因式為  $x^2 + bx + c$ ，則  $b + 2c = ?$   
 (A) -5            (B) -3            (C) 0            (D) 5            (E) 7
3. 若  $\frac{8x^3 - 6x + 1}{(2x+1)^4} = \frac{a}{(2x+1)} + \frac{b}{(2x+1)^2} + \frac{c}{(2x+1)^3} + \frac{d}{(2x+1)^4}$ ，則  $2a + b - c + d = ?$   
 (A) -2            (B) -1            (C) 0            (D) 1            (E) 2
4.  $x^2 - 4x + 2 \leq |x - 2|$  之解為何?  
 (A)  $1 \leq x \leq 4$     (B)  $2 \leq x \leq 4$     (C)  $0 \leq x \leq 2$     (D)  $0 \leq x \leq 4$     (E)  $0 \leq x \leq 3$
5.  $2\log_2 x - \log_x 2 < 1$  之解為何?  
 (A)  $x < -\frac{1}{2}$  或  $0 < x < 1$     (B)  $0 < x < \frac{1}{2}$  或  $1 < x < 2$     (C)  $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$  或  $0 < x < 1$   
 (D)  $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$  或  $1 < x < 2$     (E)  $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$  或  $1 < x < 2$
6. 已知  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 37$ ， $\overline{BC} = 53$ ， $\overline{AC} = 89$ ，則下列各內積中，何者為最大?  
 (A)  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$     (B)  $\overline{BC} \cdot \overline{BA}$     (C)  $\overline{CA} \cdot \overline{CB}$     (D)  $\overline{AB} \cdot \overline{BC}$     (E)  $\overline{BC} \cdot \overline{CA}$
7. 已知向量  $\overline{AB} = (-31, 29)$ ， $\overline{AC} = (23, -11)$ ，則下列向量長中，何者為最大?  
 (A)  $|\overline{AB}|$     (B)  $|\overline{BC}|$     (C)  $|\overline{AB} + \overline{BC}|$     (D)  $|\overline{AB} + \overline{AC}|$     (E)  $|\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}|$
8. 設  $y = ax^2 + bx + c$  的圖形如下，則下列各式中，何者為負值?  



 (A)  $abc$     (B)  $b^2 - 4ac$     (C)  $c^2 - 4ab$     (D)  $b + \sqrt{b^2 - 4ac}$     (E)  $b - \sqrt{b^2 - 4ac}$
9. 已知  $4x^2 + y^2 - 4x + 8y = 8$ ，則  $x$  的最大值為何?  
 (A) 1            (B) 2            (C) 3            (D) 4            (E) 5
10. 拋物線  $y = 4 - 2x - x^2$  與  $x$  軸兩交點的距離為何?  
 (A) 2            (B) 3            (C)  $2\sqrt{5}$             (D) 6            (E) 8

11. 設雙曲線  $x^2 - y^2 = x + 2y$  兩漸近線的夾角為  $\theta$ ，則  $\sin \frac{\theta}{2} = ?$
- (A) 0      (B)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       (C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       (D)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$       (E) 1
12. 不等式  $\frac{3 \cdot 2^x - 18 \cdot 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}} \leq 2$  之解為何?
- (A)  $-1 \leq x \leq 1$     (B)  $0 < x \leq 1$     (C)  $1 \leq x \leq 2$     (D)  $0 < x \leq 2$     (E)  $1 \leq x \leq 4$
13. 方程式  $10 \cdot x^{2 \log x} = x^3$  之所有實根的平方和為何?
- (A) 100      (B) 101      (C) 110      (D) 111      (E) 121
14. 若  $f(x) = \log_2(x^3 + x^2 - 7x + 5)$ ，則  $f(1 + \sqrt{2}) = ?$
- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5
15. 設  $\cos \theta + \cos^2 \theta = 1$ ，則  $\sin^2 \theta + \sin^4 \theta = ?$
- (A)  $\frac{1}{4}$       (B)  $\frac{1}{3}$       (C)  $\frac{1}{2}$       (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       (E) 1
16. 設  $\tan 100^\circ = k$ ，則  $\sin 80^\circ = ?$
- (A)  $\frac{-k}{\sqrt{1+k^2}}$     (B)  $\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{1+k^2}}$     (C)  $\frac{-1}{\sqrt{1+k^2}}$     (D)  $\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$     (E)  $\frac{1}{\sqrt{1+k^2}}$
17. 設  $a = \sec 434^\circ$ 、 $b = \sin 100^\circ$ 、 $c = \cos 260^\circ$ 、 $d = \cot 28^\circ$ 、 $e = \csc 155^\circ$ ，則下列何者正確?
- (A)  $b < c < d < e < a$     (B)  $c < b < d < e < a$     (C)  $c < b < e < d < a$   
(D)  $c < b < d < a < e$     (E)  $b < c < a < d < e$
18. 平面上有兩點  $A(1,2)$ 、 $B(a,b)$ ，若直線  $\overline{AB}$  之垂直平分線為  $x + 2y - 10 = 0$ ，則  $a - b = ?$
- (A) -1      (B) -2      (C) -3      (D) -4      (E) -5
19. 設直線  $bx + ay - ab = 0$ ， $a > 0$ ， $b < 0$  過點  $(1,2)$ ，若此直線與二坐標軸相交，圍成一個面積為 2 的三角形，則  $a + 2b = ?$
- (A)  $-7 - 3\sqrt{3}$     (B)  $-6 - 3\sqrt{3}$     (C)  $-5 - 3\sqrt{3}$     (D)  $-4 - 3\sqrt{3}$     (E)  $-3 - 3\sqrt{3}$
20. 設直線  $3x + y = 1$  與  $x + 3y = 2$  之夾角為  $\theta$ ，則  $\cos 2\theta = ?$
- (A)  $\frac{-7}{25}$       (B)  $\frac{-6}{25}$       (C)  $\frac{-1}{5}$       (D)  $\frac{-4}{25}$       (E)  $\frac{-3}{25}$

ANS :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	A	E	D	E	C	B	E	C	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	D	C	C	E	A	B	C	C	A



15. 設  $\frac{2x^2 - x + 4}{x^3 + 4x} = \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 4}$ ，則  $3A + 2B + C = ?$

- (A) 3                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 7

16. 已知兩平面向量  $\vec{u} = \langle 3, -4 \rangle$  與  $\vec{v} = \langle x, y \rangle$ 。若  $\vec{v}$  可使  $\vec{u}$  與  $\vec{v}$  的內積值最大，且  $|\vec{v}| = 2$ ，則  $x = ?$

- (A)  $\frac{2}{5}$                       (B)  $\frac{3}{5}$                       (C)  $\frac{4}{5}$                       (D) 1                      (E)  $\frac{6}{5}$

17. 不等式  $\frac{x-7}{(x-1)^2} \leq -1$  的解為何?

- (A)  $3 \leq x$                       (B)  $x \leq -2$                       (C)  $-2 \leq x < 1$  或  $1 < x \leq 3$   
(D)  $-2 \leq x \leq 3$                       (E)  $x \leq -2$  或  $3 \leq x$

18. 設  $x, y$  均為正數，且  $3x + y = 10$ ，則  $x^3 y^2$  的最大值為何?

- (A) 108                      (B) 116                      (C) 122                      (D) 128                      (E) 134

19. 設  $A(x, y)$ ,  $B(-1, 4)$ ,  $C(5, -4)$ ，且  $\triangle ABC$  的重心坐標為  $(2, -1)$ ，則  $x - y = ?$

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

20. 平面上  $2|x| + 3|y| \leq 6$  所表示區域的面積為何?

- (A) 4                      (B) 8                      (C) 12                      (D) 16                      (E) 32



ANS :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	A	B	D	B	A	A	D	E	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	E	D	B	E	C	D	E	C



11. 若  $f(x) = \frac{x-1}{x}$ ，且  $(f \circ g)(x) = \frac{x}{x+1}$ ，則  $g(0) = ?$   
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
12. 已知平面上二點  $A(-3,1)$ ,  $B(3,5)$ ，又點  $P(a,b)$  在直線  $2x+y+1=0$ ，且  $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，則  $a+b = ?$   
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9
13. 設二向量  $\vec{a} = \langle 2, t^2 - 3 \rangle$ ,  $\vec{b} = \langle t, -1 \rangle$ 。若  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  的夾角為  $\frac{\pi}{2}$ ，且  $\vec{b}$  的長度不大於 2，則  $t = ?$   
 (A) -2 (B) -1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
14. 設  $\alpha + \beta, \alpha - \beta$  為方程式  $x^2 - 6x + 5 = 0$  的二根，且  $\alpha < \beta + 2$ ，則  $\beta = ?$   
 (A) -2 (B) -1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
15. 設  $f$  為奇函數， $g$  為偶函數，即對所有的  $x$ ，恆有  $f(-x) = -f(x)$  且  $g(-x) = g(x)$ 。如果  $f$  和  $g$  均為非零函數，則下列何者恆為正確？  
 (A)  $f - g$  為奇函數 (B)  $f \cdot g$  為奇函數 (C)  $f^3 \cdot g^3$  為偶函數  
 (D)  $2f + 3g$  為偶函數 (E)  $f + g$  的函數圖形對稱於  $y$  軸
16. 下列何者為函數  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3 - x^2 - x + 1}}$  的定義域？  
 (A)  $\{x \mid x < -1\}$  (B)  $\{x \mid x > -1\}$  (C)  $\{x \mid -1 < x < 1\}$   
 (D)  $\{x \mid -1 < x, x \neq 1\}$  (E)  $\{x \mid x > 1\}$
17. 設  $\frac{x^2 - 10x + 8}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$  的部分分式為  $\frac{a}{x+2} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{(x-2)^2}$ ，則  $a - b - c = ?$   
 (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 3 (E) 5
18. 設  $2x^2 + (k-1)x + (k-3) = 0$  之一根大於 2，一根小於 1，則  $k$  之範圍為何？  
 (A)  $\{k \mid k < -1\}$  (B)  $\{k \mid 1 < k < 3\}$  (C)  $\{k \mid -1 < k < 3\}$   
 (D)  $\{k \mid k > 1\}$  (E)  $\{k \mid -\infty < k < \infty\}$
19. 若  $f(x) = \sqrt{3-x}$ ， $g(x) = \sqrt{x-1}$ ，則  $f \circ g$  的定義域為何？  
 (A) [1, 3] (B) [1, 4] (C) [2, 4] (D) [3, 9] (E) [1, 10]
20. 若  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$  能被  $x^2 + 1$  整除，則  $f(x)$  除以  $x+1$  的餘式為何？  
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	B	D	E	A	C	D	C	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	B	C	B	D	E	A	E	A

## 102 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

1. 若  $\log(x-9) + \log(x-5) = \log 4 + \log(25-2x)$ ，則  $x = ?$   
 (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13
2. 已知  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi, \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$ 。若  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}, \tan \beta = \frac{1}{3}$ ，則  $\sin(\alpha + \beta) = ?$   
 (A)  $\frac{\sqrt{10}}{10}$  (B)  $\frac{2\sqrt{10}}{10}$  (C)  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$  (D)  $\frac{\sqrt{15}}{10}$  (E)  $\frac{\sqrt{17}}{10}$
3. 已知  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  為兩向量， $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ， $|\vec{a} + \vec{b}| = 4$  且  $|\vec{a} - \vec{b}| = 3$ 。若  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  之夾角為  $\theta$ ，則  $\cos \theta = ?$   
 (A)  $\frac{1}{7}$  (B)  $\frac{1}{6}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{6}{25}$  (E)  $\frac{7}{25}$
4. 若  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \sqrt{3} + 1$ ， $\overline{BC} = 2$  且  $\angle B = 30^\circ$ ，則  $\angle A = ?$   
 (A)  $30^\circ$  (B)  $45^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $90^\circ$  (E)  $120^\circ$
5. 下列敘述何者正確？  
 (A)  $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$  的定義域為  $(-1, \infty)$  (B)  $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$  的定義域為  $[-1, \infty)$   
 (C)  $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$  的值域為  $[1, \infty)$  (D)  $g(x) = \sqrt{x+1}$  的定義域為  $[-1, \infty)$   
 (E)  $g(x) = \sqrt{x+1}$  的值域為  $[1, \infty)$
6. 若  $\frac{16x^3 - 20x^2 + 6x + 3}{(2x-1)^4} = \frac{a}{(2x-1)} + \frac{b}{(2x-1)^2} + \frac{c}{(2x-1)^3} + \frac{d}{(2x-1)^4}$ ，則  $a - b + c - d = ?$   
 (A) -3 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 3
7. 若橢圓  $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 24 = 0$  的長、短軸長各為  $a$ 、 $b$ ，則  $a + b = ?$   
 (A)  $\frac{5}{7}$  (B)  $\frac{10}{7}$  (C)  $\frac{15}{7}$  (D)  $\frac{35}{6}$  (E)  $\frac{35}{3}$
8. 下列何者錯誤？  
 (A)  $\sin \frac{8\pi}{3} = \sin \frac{2\pi}{3}$  (B)  $\cos \frac{17\pi}{6} = -\sin \frac{\pi}{3}$  (C)  $\tan \frac{11\pi}{3} = \tan \frac{2\pi}{3}$   
 (D)  $\sec \frac{15\pi}{4} = -\sec \frac{\pi}{4}$  (E)  $\csc \frac{7\pi}{6} = -\csc \frac{\pi}{6}$
9. 若  $f(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 7 = a(x-2)^4 + b(x-2)^3 + c(x-2)^2 + d(x-2) + e$ ，則  $a + b + c = ?$   
 (A) 20 (B) 21 (C) 22 (D) 23 (E) 24
10. 若  $L_1: 2x - y + 7 = 0$  與  $L_2: ax + y - 13 = 0$  的交角為  $\frac{\pi}{4}$  且  $a > 0$ ，則  $a = ?$   
 (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3 (E) 2
11. 求不等式  $1 + \frac{2x-7}{(x-2)^2} < 0$  的解為何？  
 (A)  $3 > x$  (B)  $x < -1$  (C)  $-1 < x < 2$  或  $2 < x < 3$   
 (D)  $-1 < x < 3$  (E)  $x < -1$  或  $3 < x$

12. 若拋物線  $x^2 = y + 3$  與直線  $5x + y - 3 = 0$  相交於  $P(a, b)$  及  $Q(c, d)$  且  $a > c$ ，則  $b - d = ?$   
 (A) -35 (B) -8 (C) 31 (D) 35 (E) 8
13. 若  $P(4, 1)$ 、 $Q(2, 1)$ 、 $R(a, a)$  且  $\overline{PR} + \overline{QR}$  的值為最小，則  $a = ?$   
 (A) 1 (B)  $\frac{3}{2}$  (C)  $\frac{5}{4}$  (D)  $\frac{7}{4}$  (E) 2
14. 若雙曲線之漸近線為  $x$  軸和  $y$  軸且過點  $(1, -1)$ ，則此雙曲線方程式為何？  
 (A)  $x^2 - (y+1)^2 = 1$  (B)  $xy = -1$  (C)  $y^2 - (x-1)^2 = 1$   
 (D)  $\frac{(x+1)^2}{4} - (y+1)^2 = 1$  (E)  $\frac{(x+1)^2}{4} - (y+1)^2 = -1$
15. 若  $a = \log 2$ 、 $b = \log 3$ ，則  $10^{3a-2b} = ?$   
 (A)  $\frac{8}{9}$  (B)  $\frac{11}{10}$  (C) 1 (D) 10 (E) 12
16. 若  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{3}$  且  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，則  $\sin^2 \theta - \cos^2 \theta = ?$   
 (A)  $\frac{4}{9}$  (B)  $\frac{\sqrt{17}}{9}$  (C)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  (D)  $\frac{\sqrt{19}}{9}$  (E)  $\frac{2\sqrt{5}}{9}$
17. 若直線通過點  $(3, 4)$  且在第一象限與兩軸所圍三角形面積最小，則此直線的兩截距和為何？  
 (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 16
18. 已知圓  $x^2 + y^2 = 10$  與圓  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 5$  有兩交點，求此兩交點的距離為何？  
 (A)  $\sqrt{33}$  (B)  $\sqrt{35}$  (C)  $\sqrt{37}$  (D)  $\sqrt{39}$  (E)  $2\sqrt{10}$
19. 若數列的一般項為  $a_n = \frac{2}{(n+1)(n+3)}$ ，則  $a_1 + a_2 + \cdots + a_{22} = ?$   
 (A)  $\frac{276}{600}$  (B)  $\frac{451}{600}$  (C)  $\frac{476}{600}$  (D)  $\frac{500}{600}$  (E) 1
20. 若方程式  $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} - 16 = 0$ ，則  $x = ?$   
 (A) -3 (B) -2 (C) 1 (D) 2 (E) 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	A	E	B	D	A	E	D	C	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	D	B	A	B	C	B	B	E

## 102 學年度四技新生基礎數學第二次測驗(A 卷)

1. 若  $\frac{12x^2 - 26x + 5}{(2x-3)^3} = \frac{a}{(2x-3)} + \frac{b}{(2x-3)^2} + \frac{c}{(2x-3)^3}$ ，則  $a + b + 2c = ?$   
 (A)  $-9$       (B)  $-6$       (C)  $0$       (D)  $6$       (E)  $9$
2. 若  $f(x+2) = \frac{2+x}{4-x}$ ，則  $f(a) = ?$   
 (A)  $\frac{a}{6-a}$       (B)  $\frac{2+a}{2-a}$       (C)  $\frac{2+a}{4-a}$       (D)  $\frac{2-a}{2+a}$       (E)  $\frac{a}{6+a}$
3. 設  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = 6$ 、 $\overline{CA} = 7$ ，則  $\cos^2 \frac{C}{2} = ?$   
 (A)  $\frac{1}{7}$       (B)  $\frac{2}{7}$       (C)  $\frac{4}{7}$       (D)  $\frac{5}{7}$       (E)  $\frac{6}{7}$
4. 已知圓  $x^2 + y^2 = 9$  與直線  $x + y = 3$  相交於兩點，則此兩點距離為何？  
 (A)  $2$       (B)  $2\sqrt{2}$       (C)  $3$       (D)  $3\sqrt{2}$       (E)  $4$
5. 下列何者正確？  
 (A)  $\sin(x - \frac{\pi}{2}) = \cos x$       (B)  $\cos(x + \frac{\pi}{2}) = \sin x$       (C)  $\tan(x + \frac{\pi}{2}) = \cot x$   
 (D)  $\sin(x + \pi) = \cos x$       (E)  $\csc(x + \frac{\pi}{2}) = \sec x$
6. 若  $x^4 - 4x^3 - 14x^2 + 36x + 45 = (x-1)^4 + a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ ，則  $a + b + c + d = ?$   
 (A)  $24$       (B)  $34$       (C)  $44$       (D)  $54$       (E)  $64$
7. 設  $O$  為原點， $A(a, 0)$ 、 $B(0, b)$ ，且  $\overline{AB} = 5$ ，則  $\triangle OAB$  最大面積為何？  
 (A)  $6$       (B)  $\frac{25}{4}$       (C)  $\frac{13}{2}$       (D)  $7$       (E)  $8$
8. 設雙曲線之漸近線為  $x$  軸和  $y$  軸，且過點  $(-1, 1)$ ，則此雙曲線貫軸長為何？  
 (A)  $2$       (B)  $\sqrt{5}$       (C)  $2\sqrt{2}$       (D)  $4$       (E)  $5$
9. 設  $\log_2 x^2 + \log_x 2 = 3$  的兩根為  $\alpha$  和  $\beta$ ，則  $\alpha\beta = ?$   
 (A)  $-\frac{3}{2}$       (B)  $\frac{1}{2}$       (C)  $\frac{3}{2}$       (D)  $\sqrt{2}$       (E)  $2\sqrt{2}$
10. 設  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ ， $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，則  $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = ?$   
 (A)  $\frac{4}{9}$       (B)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       (C)  $\frac{\sqrt{19}}{9}$       (D)  $\frac{2\sqrt{5}}{9}$       (E)  $\frac{5\sqrt{7}}{16}$

11. 若直線通過點  $P(3, 4)$  且兩軸截距均為整數，則滿足條件的直線共有幾條？
- (A) 3            (B) 6            (C) 9            (D) 12            (E) 15
12. 已知圓  $x^2 + y^2 = 10$  與圓  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 5$  有兩交點，則以此兩交點與兩圓心為頂點所連成四邊形的面積為何？
- (A)  $4\sqrt{2}$             (B) 6            (C)  $2\sqrt{10}$             (D)  $\frac{5\sqrt{7}}{2}$             (E)  $3\sqrt{5}$
13. 若一數列前  $n$  項的和為  $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 + 5$ ，則  $a_5 + a_{10} + a_{15} + \cdots + a_{50} = ?$
- (A) 175            (B) 250            (C) 320            (D) 450            (E) 540
14. 不等式  $4^{x+\frac{1}{2}} - 8 \cdot 2^{x+1} \leq 2^x - 8$ ，共有幾個整數解？
- (A) 2            (B) 3            (C) 4            (D) 5            (E) 6
15. 若  $f(x) = \sqrt{2-x}$ ， $g(x) = \sqrt{3-x}$ ，則  $g$  與  $f$  的合成函數  $g \circ f$  的定義域為何？
- (A)  $[2, 3]$             (B)  $(2, 3)$             (C)  $[-7, 2]$             (D)  $[2, 7]$             (E)  $(2, 7)$
16. 在  $\triangle ABC$  中，向量  $\overline{AB} = \langle 1, 2 \rangle$ ， $\overline{AC} = \langle -x, 2x \rangle$ ， $x > 0$ 。若  $\triangle ABC$  之周長為  $6\sqrt{5}$ ，則  $x = ?$
- (A)  $\frac{10}{11}$             (B)  $\frac{20}{11}$             (C)  $\frac{30}{11}$             (D)  $\frac{40}{11}$             (E)  $\frac{50}{11}$
17. 若  $f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}$ ， $g(x) = \frac{3x+x^3}{1+3x^2}$ ，則  $f(g(x)) = ?$
- (A)  $\frac{1}{f(x)}$             (B)  $f^2(x)$             (C)  $2f(x)$             (D)  $3f(x)$             (E)  $4f(x)$
18. 若  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{\sqrt{x+3} - 2} = 12$ ，則  $ab = ?$
- (A) -2            (B) -1            (C) 0            (D) 1            (E) 2
19. 設  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ，則  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h^2 + 2h} = ?$
- (A)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$             (B)  $\frac{-1}{\sqrt{2}}$             (C)  $\frac{-1}{2\sqrt{2}}$             (D)  $\frac{-1}{4\sqrt{2}}$             (E)  $\frac{-1}{8\sqrt{2}}$
20. 已知  $\Gamma$  表  $y = x^2$  之圖形。若將  $\Gamma$  水平方向拉長 2 倍，往右平移 1 單位，再對  $x$  軸反射，得一個新的圖形，則此新圖形之表示式為何？
- (A)  $y = -\left(\frac{x}{2} + 1\right)^2$             (B)  $y = -\frac{(x+1)^2}{2}$             (C)  $y = -\frac{(x-1)^2}{2}$
- (D)  $y = -\left(\frac{x-1}{2}\right)^2$             (E)  $y = \frac{(1-x)^2}{2}$

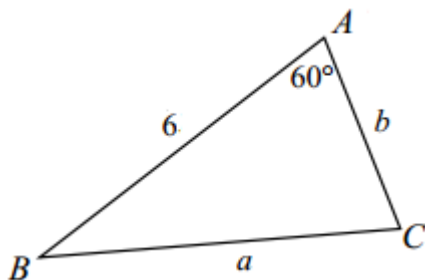


1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	A	E	D	E	C	B	C	E	E
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	E	D	C	C	D	A	E	D

## 103 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

選擇題：單選題，每題 5 分不倒扣，共計 20 題。

1.  $\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{97 \times 99} = ?$   
 (A)  $\frac{16}{99}$                       (B)  $\frac{17}{99}$                       (C)  $\frac{32}{99}$                       (D)  $\frac{34}{99}$                       (E)  $\frac{36}{99}$
2. 若  $\sqrt[3]{8} \sqrt{16} \sqrt{2} = \sqrt[4]{2^x}$ ，則  $x = ?$   
 (A) 1                      (B) 3                      (C) 5                      (D) 7                      (E) 9
3. 若  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 8x + 13$ ，則  $f(3 + \sqrt{2}) = ?$   
 (A)  $37 + 18\sqrt{2}$               (B)  $47 + 28\sqrt{2}$               (C)  $57 + 38\sqrt{2}$               (D)  $67 + 48\sqrt{2}$               (E)  $77 + 58\sqrt{2}$
4. 若  $f(x) = \frac{2x+1}{3x+a}$  滿足  $f(f(x)) = x$ ，則  $a = ?$   
 (A) -2                      (B) -1                      (C) 0                      (D) 1                      (E) 2
5. 設  $\frac{2x+3}{(x^2+1)(x+1)} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{C}{x+1}$ ，則  $A - B + C = ?$   
 (A) -5                      (B)  $-\frac{5}{2}$                       (C) 0                      (D)  $\frac{5}{2}$                       (E) 5
6.  $\triangle ABC$  如下圖。若  $c = 6$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $a + b = 10$ ，則  $a = ?$   
 (A)  $\frac{29}{7}$                       (B)  $\frac{32}{7}$                       (C) 5                      (D)  $\frac{38}{7}$                       (E)  $\frac{41}{7}$



7. 橢圓  $3x^2 + 4y^2 - 16y = 20$  兩焦點的距離為何?  
 (A)  $\frac{3}{2}$                       (B)  $\sqrt{3}$                       (C) 2                      (D) 3                      (E)  $2\sqrt{3}$
8. 設  $0 < \theta < \frac{\pi}{8}$ ，則  $\sqrt{2 - \sqrt{2 + 2\cos 4\theta}}$  可化簡為以下何者?  
 (A)  $\sqrt{2} \sin \theta$               (B)  $2 \sin \theta$               (C)  $\sqrt{2} \cos \theta$               (D)  $2 \cos \theta$               (E)  $\sin 2\theta$

背面有試題

9. 已知  $f(x) = 2x^4 - 9x^3 - 23x^2 + 81x + 45 = 2(x-3)(x-a)(x-b)(x-c)$ ，則  $a^2 + b^2 + c^2 = ?$

- (A)  $\frac{65}{4}$                       (B)  $\frac{67}{4}$                       (C)  $\frac{137}{4}$                       (D) 35                      (E)  $\frac{145}{4}$

10. 若  $L_1: x-2y+7=0$  與  $L_2: ax+y+c=0$  相互垂直，且  $(-3,1)$  在  $L_2$  上，則  $c = ?$

- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6

11. 不等式  $\frac{x^3 + 4x^2 + 5x - 1}{x-1} \geq 1$  的解為何?

- (A)  $-2 \leq x < 1$  或  $1 < x$                       (B)  $x \leq -2$  或  $0 \leq x < 1$                       (C)  $0 < x < 1$  或  $1 < x$   
(D)  $x \leq 0$  或  $1 < x$                       (E)  $0 \leq x < 1$

12. 設拋物線  $y^2 = 2x + 6$  與直線  $x - y - 1 = 0$ ，相交於  $P(a,b)$  及  $Q(c,d)$ ，其中  $a > c$ ，則  $b - d = ?$

- (A) -6                      (B) -3                      (C) 0                      (D) 3                      (E) 6

13. 求點  $P(0, 2)$  到拋物線  $y = x^2$  的最短距離為何?

- (A)  $\frac{\sqrt{7}}{2}$                       (B)  $\sqrt{2}$                       (C)  $\sqrt{3}$                       (D)  $\frac{7}{4}$                       (E) 2

14. 設  $2^a = 3$ 、 $3^b = 2$ ，則  $(7^a)^b = ?$

- (A) 6                      (B) 7                      (C) 8                      (D) 9                      (E) 10

15. 設  $\sin \theta - 2\cos \theta = 1$ ， $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ，則  $2\sin \theta + \cos \theta = ?$

- (A) -3                      (B) -2                      (C) -1                      (D) 1                      (E) 2

16. 直線  $3x - 4y = 12$ ， $4x - 3y + 12 = 0$  與  $x$  軸所圍三角形的面積為何?

- (A) 21                      (B) 42                      (C) 60                      (D) 63                      (E) 84

17. 設圓  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 3$  與  $x$  軸交於  $A, B$  兩點，且圓心為  $C$ ，則  $\cos(\angle ACB) = ?$

- (A) -1                      (B)  $-\frac{1}{2}$                       (C) 0                      (D)  $\frac{1}{2}$                       (E) 1

18. 設  $\vec{a} = \langle 1, 1 \rangle$ ， $\vec{b} = \langle 2, 6 \rangle$ 。若  $|t\vec{a} + \vec{b}|$  為最小時，則  $t = ?$

- (A) -10                      (B) -8                      (C) -6                      (D) -4                      (E) -2

19. 若  $\log_5(5^x - 125) = \frac{x}{2} + 1 + \log_5 4$ ，則  $x = ?$

- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6

20. 若  $\alpha, \beta$  為  $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$  之二根，則  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = ?$

- (A)  $\frac{3}{4}$                       (B)  $\frac{5}{4}$                       (C)  $\frac{7}{4}$                       (D)  $\frac{9}{4}$                       (E)  $\frac{11}{4}$

ANS :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	C	A	B	D	E	B	C	<b>D</b>
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	E	A	B	B	B	C	D	C	A

## 103 學年度四技新生基礎數學第二次測驗

選擇題：單選題，每題 5 分不倒扣，共計 20 題

1. 若  $f(x) = 12x^2 - 26x + 5$ ，則  $f\left(\frac{3 + \sqrt{2}}{2}\right) = ?$   
 (A)  $-2 + 5\sqrt{2}$     (B)  $-1 + 5\sqrt{2}$     (C)  $1 + 5\sqrt{2}$     (D) 9    (E)  $2 + 5\sqrt{2}$
2. 若  $f\left(\frac{2+x}{4-x}\right) = x+2$ ，則  $f(a) = ?$   
 (A)  $\frac{6a}{1-a}$     (B)  $\frac{2+a}{2-a}$     (C)  $\frac{4+a}{2-a}$     (D)  $\frac{2-a}{2+a}$     (E)  $\frac{6a}{1+a}$
3. 設  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{CA} = 4$ 。若  $D$  為  $\overline{BC}$  上一點使  $\overline{AD} = 4$ ，則  $\overline{BD} = ?$   
 (A) 1    (B) 2    (C)  $\frac{5}{2}$     (D) 3    (E) 4
4. 求圓  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$  與直線  $3x - 4y = -7$  的最近距離為何？  
 (A) 0    (B) 1    (C) 2    (D) 4    (E) 5
5. 下列何者錯誤？  
 (A)  $\sin(\pi - x) = \sin x$     (B)  $\cos(\pi - x) = -\cos x$     (C)  $\tan(\pi + x) = \tan x$   
 (D)  $\csc\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sec x$     (E)  $\sec\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \csc x$
6. 已知  $f(x) = 3x^5 + 19x^4 - 13x^3 + 6x^2 - 6x + 15$ ，求  $f(-7) = ?$   
 (A) 4    (B) 5    (C) 6    (D) 7    (E) 8
7. 設  $f(x) = x^2$ ，若將函數圖形向左平移 1 個單位，再向上平移  $k$  個單位後，所得到的圖形通過點  $(-2, 4)$ ，則  $k = ?$   
 (A) -5    (B) -3    (C) 3    (D) 4    (E) 5
8. 設雙曲線之方程式為  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ ，若將此雙曲線之貫軸長放大為 2 倍，共軛軸與中心點不變，則此雙曲線方程式變為何？  
 (A)  $\frac{x^2}{8} - y^2 = 1$     (B)  $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$     (C)  $\frac{x^2}{16} - y^2 = 1$     (D)  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{2} = 1$     (E)  $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$
9. 不等式  $\frac{1 + 2\log_2 x}{-1 + \log_2 x} \leq 1$  之解為何？  
 (A)  $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$     (B)  $\frac{1}{2} \leq x < 2$     (C)  $\frac{1}{4} \leq x \leq 2$     (D)  $\frac{1}{4} \leq x < 2$     (E)  $1 \leq x < 2$
10. 設  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ ，求  $\cos 4\theta = ?$   
 (A)  $-\frac{1}{4}$     (B)  $-\frac{1}{8}$     (C)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$     (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     (E) 1

背面有試題

11. 若直線通過點  $P(3,4)$  且與兩坐標軸在第一象限圍成三角形，則此三角形面積最小值為何？  
 (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 20 (E) 24
12. 已知兩圓  $x^2 + y^2 = 10$  與  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 5$  有兩交點，則此兩交點的距離為何？  
 (A) 3 (B) 4 (C)  $\sqrt{26}$  (D)  $\sqrt{35}$  (E)  $5\sqrt{2}$
13.  $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 25 \times 26 = ?$   
 (A) 5125 (B) 5850 (C) 6500 (D) 6975 (E) 7200
14. 設曲線  $y = \log_3 x$  與  $x$  軸、直線  $x = 9$  的交點分別為  $A$ 、 $B$ ，且直線  $x = 9$  與  $x$  軸的交點為  $C$ ，則  $\triangle ABC$  的面積為何？  
 (A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 18 (E) 24
15. 若  $g(x) = \sqrt[3]{x^2 - 6x + 8}$ ，則  $g(x)$  的值域為何？  
 (A)  $[2, 4]$  (B)  $[2, \infty)$  (C)  $[-1, \infty)$  (D)  $(-\infty, \infty)$  (E)  $(-\infty, 2] \cup [4, \infty)$
16. 設  $10 < x < 100$ ，且  $\log x$  與  $\log \frac{1}{x}$  的尾數相同，則  $x = ?$   
 (A)  $10\sqrt{2}$  (B) 20 (C)  $10\sqrt{6}$  (D)  $10\sqrt{8}$  (E)  $10\sqrt{10}$
17.  $\triangle ABC$  中，若  $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\cos \angle B = -\frac{5}{13}$ ，令  $S$  為  $\triangle ABC$  的面積，則下列何者正確？  
 (A)  $S < 8$  (B)  $8 \leq S < 9$  (C)  $9 \leq S < 10$  (D)  $10 \leq S < 11$  (E)  $11 \leq S$
18. 設  $\vec{a} = \langle \cos \alpha, \sin \alpha \rangle$ ， $\vec{b} = \langle \cos \beta, \sin \beta \rangle$ ，且  $0 < \alpha < \pi$ ， $0 < \beta < \pi$ ， $\alpha \neq \beta$ ，則兩向量  $\vec{a} + \vec{b}$  與  $\vec{a} - \vec{b}$  的夾角為何？  
 (A) 0 (B)  $\frac{\pi}{4}$  (C)  $\frac{\pi}{3}$  (D)  $\frac{\pi}{2}$  (E)  $\pi$
19. 求  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{3x-1}{2x+1} - \frac{2}{3}}{x-1} = ?$   
 (A)  $\frac{1}{9}$  (B)  $\frac{2}{9}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{4}{9}$  (E)  $\frac{5}{9}$
20. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+b} - 2}{x} = \frac{-1}{4}$ ，求  $a+b = ?$   
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	E	E	B	D	E	C	C	D	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E	D	B	A	C	E	C	D	E	A

## 104 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

1. 若  $f(x) = 18x^3 - 15x^2 - 4x - 3$ ，則  $f\left(\frac{2-\sqrt{3}}{3}\right) = ?$   
 (A)  $-3\sqrt{3}$       (B)  $-2\sqrt{3}$       (C)  $2-\sqrt{3}$       (D)  $2+\sqrt{3}$       (E)  $2\sqrt{3}$
2. 設  $\alpha, \beta$  為方程式  $x^2 - 3x - 1 = 0$  之二根 且  $\alpha > \beta$ ，則  $\alpha^2 - \beta^2 = ?$   
 (A)  $\sqrt{13}$       (B)  $\frac{3}{2}\sqrt{13}$       (C)  $2\sqrt{13}$       (D)  $3\sqrt{13}$       (E)  $4\sqrt{13}$
3.  $2 \cdot 11^5 - 23 \cdot 11^4 + 13 \cdot 11^3 - 25 \cdot 11^2 + 40 \cdot 11 - 56 = ?$   
 (A)  $-77$       (B)  $-35$       (C)  $17$       (D)  $21$       (E)  $63$
4. 設  $\frac{5x^3 - 9x^2 + 9x - 3}{(x-1)^2(x^2+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$ ，則  $A+B+C+D = ?$   
 (A)  $-4$       (B)  $-1$       (C)  $4$       (D)  $6$       (E)  $8$
5. 不等式  $\sqrt[3]{(x-2)^2} - \frac{1}{\sqrt[3]{x-2}} \leq 0$  之解為何?  
 (A)  $1 \leq x < 2$       (B)  $2 < x \leq 3$       (C)  $1 < x < 2$       (D)  $x \geq 3$  或  $x < 2$       (E)  $2 < x < 3$
6. 設  $x^2 + 1$  為  $x^4 + 2x^3 + mx^2 + nx + 3$  的因式，則  $m+n = ?$   
 (A)  $4$       (B)  $5$       (C)  $6$       (D)  $7$       (E)  $8$
7. 若直線  $L$  與直線  $3x + 4y = 9$  垂直，且通過兩直線  $3x - 2y + 3 = 0$  與  $5x + 4y - 17 = 0$  的交點，則  $L$  的方程式為何?  
 (A)  $3x + 4y = 15$       (B)  $3x - 4y = 9$       (C)  $4x - 3y = 9$       (D)  $4x - 3y = -5$       (E)  $4x = 3y$
8. 設兩向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的夾角為  $\theta$ ， $|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 2$  且  $|\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{37}$ ，則  $\theta = ?$   
 (A)  $0$       (B)  $\frac{\pi}{6}$       (C)  $\frac{\pi}{4}$       (D)  $\frac{\pi}{3}$       (E)  $\frac{\pi}{2}$
9. 設向量  $\vec{a} = \langle 14, -1 \rangle$ 、 $\vec{b} = \langle 2^x, 4^{x+1} - 8 \rangle$ ，且  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，則  $x = ?$   
 (A)  $-2$       (B)  $-1$       (C)  $0$       (D)  $1$       (E)  $2$
10. 若橢圓以  $(-3, 1)$  與  $(5, 1)$  為兩焦點，且通點  $(1, -3)$ ，則橢圓長軸長為何?  
 (A)  $10$       (B)  $8\sqrt{2}$       (C)  $10\sqrt{2}$       (D)  $16$       (E)  $20$
11. 若拋物線方程式為  $y = \frac{1}{8}x^2 + 1$ ，且其焦點坐標為  $(a, b)$ ，則  $a+b = ?$   
 (A)  $-2$       (B)  $-1$       (C)  $2$       (D)  $3$       (E)  $5$
12. 若雙曲線方程式為  $2xy - 6x + 4y = 13$ ，則其中心點坐標為何?  
 (A)  $(-4, 2)$       (B)  $(-2, 3)$       (C)  $(1, -2)$       (D)  $(3, -2)$       (E)  $(2, 1)$
13. 若  $\log_2 x = \log_x 16$ ，且其解為  $x = a$  或  $x = b$ ，則  $a+b = ?$   
 (A)  $-1$       (B)  $\frac{3}{2}$       (C)  $2$       (D)  $3$       (E)  $\frac{17}{4}$



14. 若  $f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}}$  且  $f(a) = 2$ 、 $f(b) = 3$ ，則  $f(a+b) = ?$   
 (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{7}{5}$  (C)  $\frac{5}{2}$  (D) 5 (E) 12
15.  $\log_2 \frac{4\sqrt{3}}{3} + \log_4 12 = ?$   
 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{3}{2}$  (C) 2 (D)  $\frac{5}{2}$  (E) 3
16. 設  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ，且  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{-1}{5}$ ，則  $\tan \theta = ?$   
 (A)  $-\frac{12}{5}$  (B)  $-\frac{4}{3}$  (C) -1 (D)  $-\frac{3}{4}$  (E)  $-\frac{5}{12}$
17. 設  $t = \tan \frac{\theta}{2}$ ，則  $\frac{1}{2 - \cos \theta} = ?$   
 (A)  $\frac{t^2 - 1}{3t^2 - 1}$  (B)  $\frac{t^2 + 1}{3t^2 + 1}$  (C)  $\frac{3t^2 - 1}{t^2 + 1}$  (D)  $\frac{t}{2t^2 + 2}$  (E)  $\frac{t + 1}{2t^2 + 2}$
18. 在  $xy$  平面上，曲線  $3|x - 2| + |2y + 1| = 6$  所圍區域的面積為何?  
 (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 16
19. 若  $(a, b)$  滿足  $2x + 3y = 1$ ，則  $a^2 + b^2$  的最小值為何?  
 (A)  $\frac{1}{13}$  (B)  $\frac{1}{\sqrt{13}}$  (C)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  (D)  $\frac{1}{2}$  (E) 1
20. 若點  $A$  在圓  $x^2 + y^2 = 8y$  上，且點  $B$  在圓  $y^2 = x(6 - x)$  上，則  $\overline{AB}$  長度的最大值為何?  
 (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

ANS :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>B</b>	<b>D</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>B</b>
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
<b>D</b>	<b>B</b>	<b>E</b>	<b>B</b>	<b>E</b>	<b>D</b>	<b>B</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	<b>C</b>

## 104 學年度四技新生基礎數學第二次測驗

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

1. 已知  $\triangle ABC$  中， $\angle BCA = 120^\circ$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$  且  $D$  在  $\overline{AB}$  上。若  $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ，則  $\overline{CD} = ?$   
 (A)  $\frac{5\sqrt{3}}{14}$       (B)  $\frac{15\sqrt{3}}{14}$       (C)  $\frac{35\sqrt{3}}{2}$       (D)  $\frac{55\sqrt{3}}{2}$       (E)  $\frac{75\sqrt{3}}{2}$
2. 設  $\frac{7x^2 - 13x}{x^3 - x^2 - x + 1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+1}$ ，則  $A+B+C = ?$   
 (A) 2      (B) 4      (C) 6      (D) 8      (E) 10
3. 若扇形的夾角為  $\theta$ ，弧長為  $\frac{\pi}{2}$ ，面積為  $\frac{3}{2}\pi$ ，則  $\theta = ?$   
 (A)  $\frac{\pi}{12}$       (B)  $\frac{\pi}{10}$       (C)  $\frac{\pi}{8}$       (D)  $\frac{\pi}{6}$       (E)  $\frac{\pi}{3}$
4. 設  $P$  點在圓  $x^2 + y^2 = 6x + 8y$  上，則  $P$  與直線  $3x + 4y + 5 = 0$  最大距離為何？  
 (A) 10      (B) 11      (C)  $\frac{56}{5}$       (D) 12      (E)  $\frac{66}{5}$
5. 下列各三角等式何者正確？  
 (A)  $\cos(x+y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$   
 (B)  $\sin 2x = 2 \sin x$   
 (C)  $\sin^2 x - \sin^2 y = \sin(x+y) \sin(x-y)$   
 (D)  $\sin(\pi - x) = \cos x$   
 (E)  $\cos 2x = 1 + 2 \sin^2 x$
6. 若多項式  $ax^3 + 8x^2 + bx + 10$  可被  $x+1$  與  $x-2$  整除，則  $a-b = ?$   
 (A) -44      (B) -22      (C) -11      (D) 22      (E) 44
7. 已知兩點  $A(3, 0)$ 、 $B(1, 1)$ ，若  $C(a, b)$  為直線  $y = -1$  上一點使得  $\overline{AC} + \overline{BC}$  最小，則  $3a+b = ?$   
 (A) -1      (B) 0      (C) 2      (D) 3      (E) 6
8. 已知雙曲線方程式為  $2xy - 4x + 3y = 5$ ，則雙曲線中心點坐標為何？  
 (A)  $(-2, 3)$       (B)  $(-\frac{3}{2}, 2)$       (C)  $(2, -\frac{3}{2})$       (D)  $(2, -3)$       (E)  $(4, -3)$
9. 方程式  $x + |\log_2 x| = 1$  有幾個實數解？  
 (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4
10. 設  $\sin x - 2 \cos x = \sqrt{5}$ ，則  $\sin x + 2 \cos x = ?$   
 (A) -1      (B)  $\frac{-3}{\sqrt{5}}$       (C) 0      (D)  $\frac{3}{\sqrt{5}}$       (E) 1

背面尚有試題

11. 設  $x, y$  均為小於 100 的正整數，且  $3x + 2y = 100$ ，則  $(x, y)$  有幾組解？  
 (A) 11 (B) 16 (C) 33 (D) 40 (E) 50
12. 若兩圓  $x^2 + y^2 - 8x + 4y = k$  與  $x^2 + y^2 = 2y$  所圍重疊區域面積最大，則  $k$  的最小值為何？  
 (A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18 (E) 19
13. 若  $1 = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_{99} < x_{100} = 10$  且  $x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = \cdots = x_{100} - x_{99}$ ，則  $x_{50} = ?$   
 (A) 3.5 (B) 4 (C) 4.5 (D) 5 (E) 5.5
14. 不等式  $2^{2x+1} - 7 \cdot 2^x - 4 \geq 0$  的解集合為何？  
 (A)  $(-\infty, -1]$  (B)  $(-1, 2]$  (C)  $[-1, 2]$  (D)  $[-1, 2)$  (E)  $[2, \infty)$
15. 若  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x}}$ ， $g(x) = \sqrt{x-3}$ ，則  $f$  與  $g$  的合成函數  $f \circ g$  的定義域為何？  
 (A) (3,4) (B) [3,4] (C) (3,19) (D) [3,19] (E) (3,19]
16. 在  $\triangle ABC$  中，向量  $\overrightarrow{AB} = \langle 1, 2 \rangle$ ， $\overrightarrow{AC} = \langle x-1, x \rangle$ ， $x > 0$ 。若  $\triangle ABC$  之面積為  $\frac{5}{2}$ ，則  $x = ?$   
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 7
17. 若  $f(x) = 2x + 1$  且  $f(g(x)) = 6x + 9$ ，則  $g(x) = ?$   
 (A)  $3x - 4$  (B)  $3x + 4$  (C)  $4x - 3$  (D)  $4x + 3$  (E)  $8x + 10$
18. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+b}-3}{x} = \frac{-1}{6}$ ，則  $ab = ?$   
 (A) -9 (B) -3 (C) 1 (D) 3 (E) 9
19. 設  $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ ，則  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h} = ?$   
 (A) -2 (B) -1 (C)  $-\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{1}{2}$  (E) 1
20. 將平面曲線  $y = f(x)$  向右平移 1 單位，再以  $y$  軸為中心左右放大為 2 倍，則所得曲線的方程式為何？  
 (A)  $y = f\left(\frac{x-1}{2}\right)$  (B)  $y = f\left(\frac{x}{2}-1\right)$  (C)  $y = f(2x-1)$   
 (D)  $y = f\left(\frac{x+1}{2}\right)$  (E)  $y = f(2x+1)$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	A	B	C	A	E	B	B	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	B	E	E	D	E	B	A	A	B

## 105 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

- 若  $\alpha, \beta$  為方程式  $x^2 - 5x - 3 = 0$  之二根，則  $\alpha^3\beta + \alpha\beta^3 = ?$   
(A) -93 (B) -57 (C) 57 (D) 93 (E) 105
- 已知  $(\log 7x)(\log ax) = 2$  之兩根乘積為  $\frac{1}{72}$ ，則  $a = ?$   
(A)  $\frac{1}{72}$  (B)  $\frac{7}{72}$  (C) 2 (D)  $\frac{72}{7}$  (E) 72
- 已知橢圓  $E$  通過點  $(2, 3)$  且與橢圓  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$  有相同焦點，則橢圓  $E$  的長軸長為何？  
(A)  $2\sqrt{5}$  (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E)  $8\sqrt{2}$
- 下列何者正確？  
(A)  $\sin(-\theta) = \sin \theta$  (B)  $\tan(-\theta) = \tan \theta$  (C)  $2\cos^2\theta = 1 - \cos 2\theta$   
(D)  $\tan^2\theta - 1 = \sec^2\theta$  (E)  $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$
- 設  $\frac{x-8}{(x+1)(x-2)^2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$ ，求  $3A + 2B + C = ?$   
(A) -3 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 3
- 已知直線  $L$  與  $3x + 4y = 1$  垂直且與  $x$  軸、 $y$  軸在第四象限所圍的三角形面積為 6，則  $L$  的方程式為何？  
(A)  $3x - 4y = 6$  (B)  $3x - 4y = 12$  (C)  $4x + 3y = 6$   
(D)  $4x - 3y = 6$  (E)  $4x - 3y = 12$
- 設  $3x^3 - 5x^2 + 7x + 1 = a(x-2)^3 + b(x-2)^2 + c(x-2) + d$ ，則  $b + c = ?$   
(A) 16 (B) 26 (C) 36 (D) 46 (E) 56
- 已知拋物線的焦點為  $(1, 1)$ ，準線為  $x + y + 2 = 0$ ，則此拋物線的頂點座標為何？  
(A)  $(2, 2)$  (B)  $(2, -2)$  (C)  $(-1, 1)$  (D)  $(1, -1)$  (E)  $(0, 0)$
- 若  $|\bar{a}| = 3$ 、 $|\bar{b}| = 4$  且  $|\bar{a} + \bar{b}| = \sqrt{37}$ ，則  $(2\bar{a} + 3\bar{b}) \cdot (\bar{a} - \bar{b}) = ?$   
(A) -24 (B) -12 (C) 0 (D) 12 (E) 24
- 若  $S = 1 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{99}$ ，則  $S$  為幾位數？( $\log 2 = 0.3010$ ,  $\log 3 = 0.4771$ )  
(A) 45 (B) 46 (C) 47 (D) 48 (E) 49
- $\sqrt{x+3} > x-3$  之所有解為何？  
(A)  $-3 \leq x < 3$  (B)  $-3 \leq x < 6$  (C)  $2 \leq x < 3$  (D)  $-3 \leq x < 7$  (E)  $x < 6$

背面尚有試題

12. 若方程式  $\frac{x^2}{t^2-4} + \frac{y^2}{t^2-9} = 1$  的圖形為雙曲線，求實數  $t$  的範圍？  
 (A)  $t < -2$       (B)  $t > 3$       (C)  $-3 < t < 3$       (D)  $-2 < t < 2$   
 (E)  $-3 < t < -2$  或  $2 < t < 3$
13. 設  $x^4 + 2x^3 + mx^2 + nx - 3 = (x^2 + 2x - 1)(x^2 + bx + c)$ ，則  $4m - n + 2b + c = ?$   
 (A) 4      (B) 5      (C) 6      (D) 7      (E) 8
14.  $xy$  平面上，求曲線  $y = \sqrt{25 - x^2}$  與  $x$  軸所圍區域的面積為何？  
 (A)  $\frac{5\pi}{4}$       (B)  $5\pi$       (C)  $\frac{25\pi}{4}$       (D)  $\frac{25\pi}{2}$       (E)  $25\pi$
15. 多項式  $f(x)$  以  $x^2 - 1$ 、 $x^2 - 5x + 6$  除之的餘式分別為  $3x + 1$ 、 $2x - 1$ ，則  $f(x)$  除以  $x^2 - 3x + 2$  的餘式為何？  
 (A)  $-x + 5$       (B)  $x + 2$       (C)  $5x + 1$       (D)  $2x + 7$       (E)  $-2x + 3$
16.  $\triangle ABC$  中，若  $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 7 : 8 : 3$ ，則  $\cos A = ?$   
 (A)  $\frac{-1}{8}$       (B)  $\frac{-1}{7}$       (C)  $\frac{1}{8}$       (D)  $\frac{1}{7}$       (E)  $\frac{1}{3}$
17. 設向量  $\vec{a} = \langle 1, 2 \rangle$ 、 $\vec{b} = \langle \frac{1}{2} - 4^{x+1}, 7 \cdot 2^x \rangle$ ，若  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，則  $x = ?$   
 (A)  $-3$       (B)  $-2$       (C)  $\frac{1}{8}$       (D)  $2$       (E)  $3$
18. 設  $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ，則  $\sqrt{1 + \sin 2\theta} - \sqrt{1 - \sin 2\theta} = ?$   
 (A) 0      (B)  $\sin \theta$       (C)  $2 \sin \theta$       (D)  $\cos \theta$       (E)  $2 \cos \theta$
19. 設  $x$  為實數，求  $f(x) = 3(5^x + 5^{-x}) - 2(25^x + 25^{-x}) + 1$  之最大值為何？  
 (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 5      (E) 25
20. 設點  $(a, b)$  在直線  $x - 2y = 0$  上且點  $(c, d)$  在直線  $2x - 4y = 1$  上，則  $(a - c)^2 + (b - d)^2$  之最小值為何？  
 (A)  $\frac{1}{20}$       (B)  $\frac{1}{10}$       (C)  $\frac{1}{5}$       (D)  $\frac{1}{\sqrt{10}}$       (E)  $\frac{1}{\sqrt{20}}$

**ANS :**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	C	E	A	E	C	E	A	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	E	B	D	A	B	A	E	C	A

## 105 學年度四技新生基礎數學第二次測驗

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

1. 若  $\frac{1}{\alpha}$  和  $\frac{1}{\beta}$  為方程式  $x + \frac{3}{x} = 1$  的兩根，則  $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = ?$   
 (A)  $\frac{1}{9}$             (B)  $\frac{1}{3}$             (C) 1            (D) 2            (E) 3
2. 下列何者為方程式  $4(4^x + 4^{-x}) - (2^x + 2^{-x}) - 60 = 0$  的解?  
 (A) -4            (B) -2            (C) 0            (D) 1            (E) 3
3. 若  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ，則滿足方程式  $\frac{\cos \theta(1+2\sin \theta)}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta - \sin \theta} = 0$  之  $\theta$  的個數為何?  
 (A) 0            (B) 1            (C) 2            (D) 3            (E) 4
4. 已知  $f(x)$  為二次多項式。若  $f(x) < 0$  之解為  $-3 < x < 2$  且  $f(1) = -4$ ，則  $f(x) = ?$   
 (A)  $x^2 - 3x - 2$             (B)  $x^2 - 2x - 3$             (C)  $x^2 + x - 6$   
 (D)  $x^2 + 2x - 7$             (E)  $x^2 + 3x - 8$
5. 已知一正方體所有邊長和為  $x$ 。若將此正方體的表面積和體積之值加總表示成一多項式，則此多項式包含下列哪一個因式?  
 (A)  $x+6$             (B)  $x+12$             (C)  $x+18$             (D)  $x+36$             (E)  $x+72$
6. 已知向量  $\vec{a} = \langle 5, -12 \rangle$ ，向量  $\vec{b}$  與  $\vec{a}$  同向，且  $|\vec{b}| = 39$ ，若  $\vec{b}$  之起點為  $(-1, 3)$ ，則  $\vec{b}$  之終點為何?  
 (A)  $(14, -33)$             (B)  $(-14, 33)$             (C)  $(-18, 45)$             (D)  $(18, -45)$             (E)  $(4, -9)$
7. 方程式  $\log x + \log(x+2) = \log(x+1) + 1$  的解為何?  
 (A)  $4 - \sqrt{26}$             (B)  $4 - 2\sqrt{3}$             (C)  $4 - \sqrt{2}$             (D)  $4 + 2\sqrt{3}$             (E)  $4 + \sqrt{26}$
8. 設  $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$ ，則  $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = ?$   
 (A)  $\frac{17}{25}$             (B)  $\frac{18}{25}$             (C)  $\frac{19}{25}$             (D)  $\frac{4}{5}$             (E)  $\frac{21}{25}$
9. 已知  $\theta$  為平面上兩向量  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  之夾角。若  $|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 5$  且  $|2\vec{a} + \vec{b}| = 7$ ，則  $\cos \theta = ?$   
 (A)  $\frac{-1}{5}$             (B)  $\frac{-1}{3}$             (C)  $\frac{1}{5}$             (D)  $\frac{1}{3}$             (E)  $\frac{4}{5}$
10. 若  $\frac{x^3 - 5}{x^2 - 1} = f(x) + \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$ ，其中  $f(x)$  為一次式且  $a, b$  為常數，求  $a+b = ?$   
 (A) -1            (B) 0            (C) 1            (D) 2            (E) 3

背面尚有題目

11. 若  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{a+x} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{4}$ ，則  $a+b=?$   
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
12.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4+3h)^2 - 4^2}{\sqrt{4+3h} - 2} = ?$   
 (A) 0 (B) 16 (C) 32 (D) 64 (E) 不存在
13. 若拋物線  $y = x^2 - ax + 3$  與直線  $3x + y + 1 = 0$  不相交且  $a$  為整數，則  $a$  有幾種可能?  
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
14. 直線  $ax - y = b$  與  $x + 2y = 3$  垂直且過點  $(2,3)$ ，則  $ab=?$   
 (A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 2 (E) 4
15. 設  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ ， $g(x) = 2 + x - x^2$ ，則合成函數  $f \circ g$  的定義域為何?  
 (A)  $\emptyset$  (空集合) (B)  $0 < x < 1$  (C)  $0 \leq x \leq 1$  (D)  $x < 0$  或  $x > 1$   
 (E)  $x \leq 0$  或  $x \geq 1$
16. 若直線  $L$  的斜率為  $\frac{2}{3}$  且與  $x$  軸所夾之銳角為  $\theta$ ，則  $\cos(\frac{3\pi}{2} - \theta) = ?$   
 (A)  $\frac{-3}{\sqrt{13}}$  (B)  $\frac{-2}{\sqrt{13}}$  (C)  $\frac{-1}{\sqrt{13}}$  (D)  $\frac{2}{\sqrt{13}}$  (E)  $\frac{3}{\sqrt{13}}$
17. 已知  $A(3,5), B(-1,2), C(4,7)$  為坐標平面上三點，則  $\vec{AB} + 3\vec{BC} + 3\vec{CA} = ?$   
 (A)  $(-4, -3)$  (B)  $(-8, -6)$  (C)  $(4, 3)$  (D)  $(8, 6)$  (E)  $(12, 9)$
18. 若一拋物線通過  $(-2,19), (6,19), (1,4)$  三點，則此拋物線的頂點坐標為何?  
 (A)  $(2,1)$  (B)  $(2,3)$  (C)  $(2,5)$  (D)  $(2,6)$  (E)  $(2,7)$
19. 若  $f(x) = \log_{\sqrt{5}}(2x^3 - 5x^2 - 10x + 8)$ ，則  $f(2 - \sqrt{3}) = ?$   
 (A) -4 (B) -2 (C) 1 (D) 2 (E) 4
20. 若一橢圓之焦點為  $(1 - \sqrt{3}, -1)$  與  $(1 + \sqrt{3}, -1)$  且過  $(3, -2)$ ，則此橢圓長軸之長為何?  
 (A)  $2\sqrt{3}$  (B) 4 (C)  $2\sqrt{5}$  (D)  $2\sqrt{6}$  (E)  $2\sqrt{7}$

解答：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	D	C	E	A	E	A	A	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	C	E	D	B	B	D	B	D	D



## 106 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

1. 已知點  $A$  在圓  $x^2 + 12x + y^2 + 32 = 0$  上，且點  $B$  在圓  $x^2 + y^2 + 16y + 55 = 0$  上，則  $\overline{AB}$  之長度最小值為何？  
(A) 5                      (B) 6                      (C) 7                      (D) 8                      (E) 9
2. 若橢圓方程式  $\sqrt{(x-1)^2 + (y-5)^2} + \sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2} = 10$ ，則橢圓短軸長為何？  
(A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6
3. 若直線  $L$  與直線  $5x + 7y = 1$  垂直，且  $L$  通過兩直線  $2x - 3y + 1 = 0$  與  $4x + 5y - 9 = 0$  的交點，則  $L$  的方程式為何？  
(A)  $5x - 7y = -2$                       (B)  $5x + 7y = 12$                       (C)  $7x - 5y = 2$   
(D)  $7x + 5y = 12$                       (E)  $7x + 5y = 20$
4.  $\log_2 216 - \log_4 9 - \log_2 9 = ?$   
(A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6
5. 設  $\alpha, \beta$  為方程式  $x^2 - 2x - 1 = 0$  之二根，則  $\frac{\alpha^2\beta + \alpha\beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} = ?$   
(A) -4                      (B)  $-\frac{1}{2}$                       (C)  $-\frac{1}{3}$                       (D)  $\frac{1}{6}$                       (E)  $\frac{1}{2}$
6. 設  $\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi$  且  $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ，則  $\sqrt{2 + 2\cos 2\theta} = ?$   
(A) 0                      (B)  $\frac{4}{5}$                       (C) 1                      (D)  $\frac{6}{5}$                       (E)  $\frac{8}{5}$
7. 已知  $f(x)$  為二次函數且  $f(x) > 0$  的解為  $-1 < x < \frac{1}{2}$ ，則  $f(2x) < 0$  的解為何？  
(A)  $x < -1$  或  $x > \frac{1}{2}$                       (B)  $x < -2$  或  $x > 1$                       (C)  $-2 < x < 1$   
(D)  $x < -\frac{1}{2}$  或  $x > \frac{1}{4}$                       (E)  $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{4}$
8. 設  $\alpha, \beta$  為方程式  $\log_3 x = 5 - \frac{4}{\log_3 x}$  之兩根，則  $\alpha + \beta = ?$   
(A) 84                      (B) 85                      (C) 86                      (D) 87                      (E) 88
9. 求  $2 \cdot 9^x - 39 \cdot 3^{x-1} - 45 = 0$ ，則  $x = ?$   
(A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

背面尚有題目

10. 下列何者正確?

- (A)  $\sin \frac{3\pi}{4} < \cos \frac{3\pi}{4}$       (B)  $\cos(-\theta) = -\cos \theta$       (C)  $1 + \sec^2 \theta = \tan^2 \theta$   
(D)  $\sec(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\csc \theta$       (E)  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta$

11. 若  $13^5 - 11 \cdot 13^4 - 25 \cdot 13^3 - 12 \cdot 13^2 + a \cdot 13 - 13 = 0$ ，求  $a = ?$

- (A) -12      (B) -11      (C) 1      (D) 7      (E) 17

12. 設拋物線方程式為  $x = ay^2 + b$ ，其中  $a > 0$ 。若此拋物線過  $(0, \sqrt{2})$  且焦點座標為  $(-\frac{1}{2}, 0)$ ，則  $a - b = ?$

- (A)  $\frac{1}{2}$       (B)  $\frac{3}{2}$       (C)  $\frac{7}{4}$       (D) 2      (E)  $\frac{7}{2}$

13. 若  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + k$  且  $f(1 + \sqrt{3}) = 2$ ，求  $k = ?$

- (A) -3      (B) -2      (C) 2      (D) 3      (E) 6

14. 已知向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  之夾角為  $\theta$ ，若  $|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 4$  且  $(3\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b}) = -4$ ，則  $\theta = ?$

- (A) 0      (B)  $\frac{\pi}{6}$       (C)  $\frac{\pi}{4}$       (D)  $\frac{\pi}{3}$       (E)  $\frac{\pi}{2}$

15. 若雙曲線方程式  $x^2 - 2x - 4y^2 - 3 = 0$  之二頂點座標為  $(a, b)$  與  $(c, d)$ ，則  $a + b + c + d = ?$

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

16. 設  $(a, b)$  滿足  $3x + 4y = 12$ ，則  $(a - 4)^2 + (b - 5)^2$  最小值為何?

- (A) 4      (B) 8      (C) 12      (D) 16      (E) 20

17. 已知  $x^2 - 3x + 2$  除  $f(x)$  的餘式為  $2x + 5$  且  $x^2 + 2x - 3$  除  $g(x)$  的餘式為  $3x - 1$ ，則  $x - 1$  除  $[f(x) + g(x)]$  的餘式為何?

- (A) -2      (B) 4      (C) 5      (D) 7      (E) 9

18. 設  $\pi < \theta \leq \frac{3\pi}{2}$  且  $18 \sin^2 \theta + 9 \cos \theta - 13 = 0$ ，則  $\tan \theta = ?$

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (C)  $\sqrt{2}$       (D)  $2\sqrt{2}$       (E)  $3\sqrt{2}$

19. 令向量  $\vec{a} = \langle 1, 1 \rangle$ 、 $\vec{b} = \langle 2 - x, y - 1 \rangle$ 。若  $y > 0$ 、 $2|\vec{a}| = |\vec{b}|$  且  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，則  $(x, y) = ?$

- (A) (-1, -2)      (B) (3, 2)      (C) (4, 3)      (D) (5, 4)      (E) (6, 5)

20.  $\frac{-7x + 22}{(x + 4)(x - 1)^2} = \frac{A}{x + 4} + \frac{B}{x - 1} + \frac{C}{(x - 1)^2}$ ，求  $A + B + C = ?$

- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6

ANS :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	E	C	B	C	E	D	A	B	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	E	D	C	D	E	D	C	B

## 106 學年度四技新生基礎數學第二次測驗(A 卷)

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

1. 方程式  $2 \sin x = x$  有幾個解?  
 (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6
2. 設  $x$  為實數，求滿足兩不等式  $x^3 > 12 + 8x - x^2$ ， $x^2 < 4 + 3x$  的解為何?  
 (A)  $x < 2$  或  $x > 3$                       (B)  $x > 3$                       (C)  $3 < x < 4$   
 (D)  $-2 < x < 4$                       (E)  $x > 4$
3.  $\cos 127^\circ \cos 23^\circ + \cos 217^\circ \cos 67^\circ = ?$   
 (A)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       (B)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$                       (C)  $-\frac{1}{2}$                       (D)  $\frac{1}{2}$                       (E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. 不等式  $\log_2(x - \frac{1}{2}) > \log_4(2 - x) - 1$  之解為何?  
 (A)  $\frac{1}{2} < x < 2$                       (B)  $1 < x < \frac{3}{2}$                       (C)  $\frac{3}{2} < x < 2$   
 (D)  $\frac{-1}{4} < x < 1$                       (E)  $1 < x < 2$
5. 求  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{\sqrt{x+3}} - \frac{1}{\sqrt{3x+1}}}{x^2 + x - 2} = ?$   
 (A)  $\frac{1}{48}$                       (B)  $\frac{1}{40}$                       (C)  $\frac{1}{32}$                       (D)  $\frac{1}{24}$                       (E)  $\frac{1}{16}$
6. 若  $\frac{1}{\alpha}$  和  $\frac{1}{\beta}$  為方程式  $x(x-6) = -2$  的兩根且  $\alpha > \beta$ ，則  $\alpha^2\beta - \alpha\beta^2 = ?$   
 (A)  $\frac{\sqrt{7}}{2}$                       (B)  $\frac{\sqrt{7}}{3}$                       (C)  $\frac{\sqrt{7}}{4}$                       (D)  $\frac{\sqrt{7}}{5}$                       (E)  $\frac{\sqrt{7}}{6}$
7. 已知橢圓方程式為  $\frac{(x-1)^2}{a} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$  且其短軸平行  $y$  軸，若  $P(k, 2)$  為橢圓上一點且  $P$  點到點  $(1, 2)$  的距離不超過 3，假設  $a$  為整數，則  $a$  有幾種可能?  
 (A) 3                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 7
8. 設直線  $L$  通過兩點  $(3, 0)$ 、 $(0, -4)$ ，直線  $M$  為通過點  $(-1, 1)$  且與  $L$  垂直之直線，若  $M$  其方程式為  $ax + by = 1$ ，則  $a + b = ?$   
 (A)  $-7$                       (B)  $-1$                       (C)  $1$                       (D)  $3$                       (E)  $7$
9. 若  $a > 0$ ， $a \neq 1$ ，且  $\log_a(\sqrt{2} - 1) = 2x$ ，求  $\frac{a^{-3x} - a^{3x}}{a^{-x} + a^x} = ?$   
 (A)  $2 - \sqrt{2}$                       (B)  $3 - \sqrt{2}$                       (C)  $1 + \sqrt{2}$                       (D)  $2 + \sqrt{2}$                       (E)  $3 + \sqrt{2}$

背面尚有題目

10. 若拋物線  $x = \frac{1}{64}y^2$  與直線  $x - \frac{1}{k}y + 1 = 0$  有交點且  $k$  為整數，則  $k$  有幾種可能？  
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 8 (E) 9
11. 已知向量  $a = \langle 3, 1 \rangle$ 、 $b = \langle 2, 4 \rangle$ 。若  $|\bar{a} + t\bar{b}|$  之最小值為何？  
 (A)  $\sqrt{2}$  (B)  $\sqrt{3}$  (C) 2 (D)  $\sqrt{5}$  (E)  $\sqrt{6}$
12. 若  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{\sqrt{3x+a}-b}{x} \right) = \frac{3}{4}$ ，求  $a+b = ?$   
 (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 18
13. 若  $\frac{x^4 + 2x^3 + 2x + 2}{x^3 - 1} = f(x) + \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$ ，其中  $f(x)$  為一次式且  $a$ 、 $b$  為常數，則  $a+b = ?$   
 (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2
14. 已知向量  $|\bar{a}| = 2$ 、 $|\bar{b}| = 3$ 、 $|\bar{c}| = 2$  且  $|\bar{a} + \bar{b} + 2\bar{c}| = 0$ ，則  $|\bar{a} + 2\bar{b} + 5\bar{c}| = ?$   
 (A)  $\sqrt{\frac{21}{2}}$  (B)  $\sqrt{\frac{23}{2}}$  (C)  $\sqrt{\frac{24}{2}}$  (D)  $\sqrt{\frac{26}{2}}$  (E)  $\sqrt{\frac{27}{2}}$
15. 假設  $P(2, 0)$ 、 $Q(0, 2)$  和  $R$  為圓  $x^2 + y^2 = 4$  上三點，則三角形  $PQR$  最大面積為  
 (A) 4 (B)  $2 + 2\sqrt{2}$  (C)  $4 + \sqrt{2}$  (D)  $4\sqrt{2}$  (E)  $4 + 4\sqrt{2}$
16. 下列哪一條直線為兩直線  $4x - 3y = 2$ 、 $3x - 4y = -7$  的交角平分線方程式？  
 (A)  $x - y = -9$  (B)  $x - y = 9$  (C)  $x + y = -9$   
 (D)  $x + y = 9$  (E)  $7x - 7y = 5$
17. 若  $f(x) = \log_{27} \sqrt[3]{g(x)}$ ，其中  $g(x) = x^4 + 5x^3 + 6x^2 + x - 1$ ，則  $f(\sqrt{3}-1) = ?$   
 (A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{5}{6}$  (D) 1 (E)  $\sqrt{3}$
18. 函數  $f(x) = \sin^2 x - \cos x + 1$  的最大值為何？  
 (A)  $\frac{5}{4}$  (B)  $\frac{7}{4}$  (C) 2 (D)  $\frac{9}{4}$  (E) 3
19. 若  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$  且  $f(g(x)) = \frac{x+1}{2x+1}$ ，求  $g(1) = ?$   
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
20. 設  $4^{x+1} - 15 \cdot 2^{x+1} + 32 = 0$  的兩根為  $\alpha$  和  $\beta$ ，則  $\alpha + \beta = ?$   
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

解答：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	C	A	E	D	A	C	E	B	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	C	E	B	D	A	D	E	C

# 107 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

1. 設橢圓  $9x^2 + 16y^2 - 18x - 135 = 0$  的兩焦點為  $F_1$ 、 $F_2$ ，點  $P$  在橢圓上。若  $\overline{PF_1} = 2$ ，則  $\overline{PF_2} = ?$   
(A) 1                      (B) 3                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 8
2. 若  $\alpha, \beta$  為方程式  $x + \frac{2}{x} + 1 = 0$  的兩根，則  $\alpha^3\beta - \alpha^2\beta^2 + \alpha\beta^3 = ?$   
(A) -10                      (B) -6                      (C) -2                      (D) 6                      (E) 10
3. 設  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  皆為實數。若不等式  $f(x) < 0$  之解為  $x < -2$  且  $f(2) = 0$ ，則  $3a + b + 2c = ?$   
(A) 5                      (B) 6                      (C) 7                      (D) 8                      (E) 9
4. 若  $\triangle ABC$  中，向量  $\overline{AB} = \langle 3, -2 \rangle$ 、 $\overline{BC} = \langle x, -1 \rangle$ 、 $\overline{CA} = \langle 4, y \rangle$ ，則  $y - x = ?$   
(A) -10                      (B) -4                      (C) 4                      (D) 10                      (E) 20
5. 若  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ ，則  $\sin \theta + \cos \theta$  可能為下列何者？  
(A) -1                      (B)  $-\frac{1}{2}$                       (C)  $\frac{1}{2}$                       (D)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$                       (E)  $\frac{\sqrt{7}}{2}$
6. 若拋物線  $y = 2x^2 + bx + c$  的頂點為  $(1, 4)$ ，則  $2b + c = ?$   
(A) -2                      (B) -1                      (C) 0                      (D) 1                      (E) 2
7. 設  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC$  為鈍角， $|\overline{AB}| = 6$ 、 $|\overline{AC}| = 7$ 。若  $\triangle ABC$  的面積為  $7\sqrt{5}$ ，則  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = ?$   
(A) -28                      (B) -14                      (C) -7                      (D) 14                      (E) 28
8. 若  $\cot \frac{5\pi}{8} = k$ ，則  $\csc \frac{\pi}{8} = ?$   
(A)  $-\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$                       (B)  $-\frac{\sqrt{1+k^2}}{k}$                       (C)  $k$                       (D)  $\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$                       (E)  $\frac{\sqrt{1+k^2}}{k}$
9. 設  $x$ 、 $y$ 、 $z$  皆為實數，且  $xyz \neq 0$ 。若  $8^x = 9^y = 5^z = a$ ，且  $\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$ ，則  $a$  為何？  
(A) 500                      (B) 600                      (C) 700                      (D) 800                      (E) 900

背面尚有試題

10. 若  $a+2b=10$ ，則  $a^2+b^2$  的最小值為何？  
 (A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 30
11. 設  $f(n) = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ ，求  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(15) = ?$   
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
12. 若  $x^2 - x - 2$  除  $x^4 + x^3 + ax^2 + x + b$  的餘式為  $x+1$ ，則  $a^2 + b^2 = ?$   
 (A) 145 (B) 146 (C) 147 (D) 148 (E) 149
13. 若  $f(x) = x^4 - 9x^3 + 5x^2 - 3x + 16$ ，則  $f(5 - 2\sqrt{3}) = ?$   
 (A)  $6 - 4\sqrt{3}$  (B)  $8 - 6\sqrt{3}$  (C)  $10 - 8\sqrt{3}$  (D)  $12 - 10\sqrt{3}$  (E)  $14 - 12\sqrt{3}$
14. 若拋物線  $y = x^2 + kx + 2$  恆在直線  $x + y - 1 = 0$  之上方，則  $k$  的範圍為何？  
 (A)  $-\sqrt{2} < k < \sqrt{2}$  (B)  $k < -\sqrt{2}$  或  $k > \sqrt{2}$  (C)  $-2 < k < 2$   
 (D)  $-3 < k < 1$  (E)  $k < -3$  或  $k > 1$
15.  $\frac{\log 3 \cdot \log_6 25 \cdot \log_7 8}{\log_7 5 \cdot \log 2 \cdot \log_6 27} = ?$   
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
16. 設兩向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的夾角為  $\frac{\pi}{3}$ 。若  $|\vec{a}| = 3$ 、 $|\vec{b}| = 2$ ，則  $|3\vec{a} - 4\vec{b}| = ?$   
 (A) 5 (B)  $\sqrt{53}$  (C) 8 (D)  $\sqrt{73}$  (E) 9
17. 若  $\frac{ax^2 + bx + c}{(x+2)(x+1)^2} = \frac{-1}{x+2} + \frac{2}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}$ ，則  $3a + 2b + c = ?$   
 (A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 (E) 20
18. 若  $\log(1 + \cos \theta) + \log(\frac{1}{4} - \cos \theta) = \log(-\frac{3}{4} \cos \theta)$ ，則  $\theta$  可能為下列何者？  
 (A)  $-\frac{\pi}{6}$  (B)  $\frac{\pi}{6}$  (C)  $\frac{\pi}{3}$  (D)  $\frac{2\pi}{3}$  (E)  $\frac{5\pi}{6}$
19. 設  $P(4, 3)$ 、 $Q(4, -2)$ 、 $R(1, 2)$  為平面上三點，求點  $P$  到直線  $\overline{QR}$  的距離。  
 (A) 2 (B)  $\sqrt{5}$  (C) 3 (D) 5 (E)  $\sqrt{26}$
20. 若  $\alpha$  為方程式  $\log_3(x+2) = 2 - \log_3(x-6)$  之根，則下列何者為  $\alpha$  之倍數？  
 (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 14



**ANS :**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	A	B	D	E	A	A	B	E	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	C	D	B	D	C	D	C	E

## 107 學年度四技新生基礎數學第二次測驗(A 卷)

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

- 設拋物線  $y = ax^2 + bx - c$ ， $a$ 、 $b$ 、 $c$  皆為正實數，則下列敘述何者正確？  
(A) 開口向下 (B) 與  $x$  軸無交點 (C) 交於正  $y$  軸  
(D) 頂點在第三象限 (E) 準線平行  $y$  軸
- $(150x^5 - 312x^4 + 28x^3 - 13x - 9) \div (x - 2)$  的餘式為何？  
(A)  $-19$  (B)  $-3$  (C)  $-1$  (D)  $1$  (E)  $3$
- 設  $Q(a, b)$  為直線  $L: 2x - y = 4$  到  $P(1, 3)$  的最近點，則  $a + b = ?$   
(A)  $2$  (B)  $\frac{7}{2}$  (C)  $5$  (D)  $\frac{13}{2}$  (E)  $7$
- 設有一橢圓中心在  $(1, 1)$ ，其長軸平行  $x$  軸且長軸長為短軸長的 3 倍，並通過  $(4, 0)$ ，則短軸長為何？  
(A)  $2\sqrt{2}$  (B)  $2\sqrt{3}$  (C)  $2\sqrt{5}$  (D)  $2\sqrt{6}$  (E)  $4\sqrt{2}$
- 若直線  $3x + 4y + k = 0$  與圓  $x^2 + y^2 + 8x + 16y - 20 = 0$  相切且  $k < 0$ ，則  $k = ?$   
(A)  $-8$  (B)  $-6$  (C)  $-4$  (D)  $-3$  (E)  $-2$
- 設  $\vec{a} = \langle 1, t - 1 \rangle$ 、 $\vec{b} = \langle 2t - 2, t + 2 \rangle$ 。若  $\vec{a} \perp \vec{b}$  且  $|\vec{b}| > 2$ ，則  $t = ?$   
(A)  $-4$  (B)  $-1$  (C)  $1$  (D)  $2$  (E)  $4$
- 設  $f(x) = (5^{2x} + 5^{-2x}) - (5^x + 5^{-x}) + 3$ ，則  $f(x)$  的最小值為何？  
(A)  $1$  (B)  $2$  (C)  $3$  (D)  $4$  (E)  $5$
- 不等式  $x^2 - 4x + 2 \geq |x - 2|$  的解為何？  
(A)  $(-\infty, 0] \cup [1, \infty)$  (B)  $(-\infty, 0] \cup [2, \infty)$  (C)  $(-\infty, 0] \cup [4, \infty)$   
(D)  $(-\infty, 1] \cup [2, \infty)$  (E)  $(-\infty, 1] \cup [4, \infty)$
- 設  $a = \log \frac{4}{3}$ 、 $b = \log \frac{2}{3}$ ，則  $\log 24 = ?$   
(A)  $2a - 5b$  (B)  $3a - 5b$  (C)  $4a - 5b$  (D)  $4a - 4b$  (E)  $4a - 3b$
- 設方程式  $3^{x^2} \cdot (3^x)^2 = 27$  之所有解為  $\alpha$  與  $\beta$ ，則  $\alpha^2 + \beta^2 = ?$   
(A)  $10$  (B)  $11$  (C)  $12$  (D)  $13$  (E)  $14$

背面尚有題目

11.  $\sin(-23^\circ)\sin 367^\circ + \cos 7^\circ \sin(-247^\circ) = ?$

- (A)  $\frac{-\sqrt{3}}{2}$       (B)  $\frac{-1}{2}$       (C)  $\frac{1}{2}$       (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. 若  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ，則  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(3x-1) - f(x+1)}{x-1} = ?$

- (A)  $\sqrt{2}$       (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (C)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       (D)  $\frac{-\sqrt{2}}{4}$       (E)  $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

13. 若甲乙兩人解方程式  $x^2 + mx + n = 0$ ，甲看錯  $m$  解得兩根為  $-3$ 、 $5$ ，乙看錯  $n$  解得兩根為  $-4$ 、 $2$ ，則原方程式的兩根為何？

- (A)  $-3$ 、 $-4$       (B)  $-3$ 、 $2$       (C)  $-4$ 、 $5$       (D)  $2$ 、 $5$       (E)  $3$ 、 $-5$

14. 設  $\frac{x^2 + x - 3}{(x-1)^2(x^2 - x + 1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{Cx + D}{x^2 - x + 1}$ ，則  $B = ?$

- (A)  $-7$       (B)  $-5$       (C)  $-3$       (D)  $-1$       (E)  $2$

15. 設直線  $L$  通過  $P(1, 6)$  且與第二象限所圍的三角形面積為  $4$ ，則直線  $L$  的方程式為

- (A)  $4x - y = 2$       (B)  $x + 4y = 25$       (C)  $2x - y = -4$       (D)  $2x + y = 8$       (E)  $4x + y = 4$

16.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x + x} + x) = ?$

- (A)  $2$       (B)  $1$       (C)  $-1$       (D)  $-2$       (E) 不存在

17. 設  $a = \log 2$ 、 $b = \log 3$ 。若  $x$  滿足  $5^x - 6 \cdot 5^{-x} = 1$ ，則  $x = ?$

- (A)  $\frac{a}{1+b}$       (B)  $\frac{b}{1+a}$       (C)  $\frac{b}{a}$       (D)  $\frac{b}{1-a}$       (E)  $\frac{a}{1-b}$

18. 函數  $f(x) = \tan^2 x - \sec x + 4$  之最小值為何？

- (A)  $\frac{11}{4}$       (B)  $3$       (C)  $\frac{13}{4}$       (D)  $\frac{7}{2}$       (E)  $\frac{15}{4}$

19. 設  $f(x) = \sqrt{5-x}$ 、 $g(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$ ，則合成函數  $g \circ f$  的定義域為何？

- (A)  $(-4, 5]$       (B)  $[-4, 5)$       (C)  $[-4, 3)$       (D)  $(-4, 3]$       (E)  $[3, 5]$

20. 若  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + (a-3)x - 3a}{x^2 + 3x + 2} = b$ ，則  $ab = ?$

- (A)  $2$       (B)  $4$       (C)  $6$       (D)  $8$       (E)  $10$

## A 卷解答

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	B	C	A	B	A	C	C	C	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E	D	E	D	C	C	D	B	A	E

## 108 學年度四技新生基礎數學第一次測驗

選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

1. 若  $f(x)$  與  $g(x)$  除以  $(x-2)$  的餘式分別為  $5$ 、 $-2$ ，則  $(x^2-x+1)f(x)+(x-3)g(x)$  除以  $(x-2)$  的餘式為何？  
 (A) 11            (B) 13            (C) 15            (D) 17            (E) 19
2. 若  $a$ 、 $b$  均為實數，且  $ax^2+bx-5 < 0$  之解為  $\frac{-1}{2} < x < \frac{5}{3}$ ，則  $a+b=?$   
 (A)  $-2$             (B)  $-1$             (C)  $0$             (D)  $1$             (E)  $2$
3. 若  $\sum_{k=1}^9 a_k = 7$ 、 $\sum_{k=1}^{11} b_k = 5$ ，且  $a_{10} = 5$ 、 $b_{11} = -3$ ，則  $\sum_{k=1}^{10} (5a_k - 4b_k + 3) = ?$   
 (A) 56            (B) 57            (C) 58            (D) 59            (E) 60
4. 若  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  且  $\tan \theta + \sec \theta = \frac{3}{2}$ ，則  $\sin \theta = ?$   
 (A)  $\frac{2}{13}$             (B)  $\frac{3}{13}$             (C)  $\frac{4}{13}$             (D)  $\frac{5}{13}$             (E)  $\frac{6}{13}$
5. 在坐標平面上，由二元一次聯立不等式  $\begin{cases} x \geq 0, y \geq -2 \\ x+2y-2 \leq 0 \\ x+y-2 \leq 0 \end{cases}$  所圍成區域的面積為何？  
 (A) 5            (B) 7            (C) 9            (D) 12            (E) 14
6. 若  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$  且  $\cos 4\theta = \sin 2\theta$ ，則  $\tan 2\theta = ?$   
 (A)  $\frac{1}{2}$             (B)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$             (C) 1            (D)  $\sqrt{3}$             (E) 2
7. 若兩圓  $C_1: (x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$  與  $C_2: (x+2)^2 + (y-2)^2 = k$  相交，則實數  $k$  的範圍為何？  
 (A)  $2 \leq k \leq 4$     (B)  $3 \leq k \leq 7$     (C)  $4 \leq k \leq 25$     (D)  $5 \leq k \leq 36$     (E)  $9 \leq k \leq 49$
8. 若兩向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的夾角為  $\theta$ ，且  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ 、 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{7}$ 、 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{2}$ ，則  $\cos \theta = ?$   
 (A)  $\frac{3}{5}$             (B)  $\frac{3}{7}$             (C)  $\frac{5}{7}$             (D)  $\frac{5}{9}$             (E)  $\frac{7}{9}$
9. 若直線  $ax+by-ab=0$  ( $a > 0$ 、 $b < 0$ ) 過點  $(-3, -1)$ ，且此直線與兩座標軸圍起來的三角形面積為 6，則  $a = ?$   
 (A)  $2-2\sqrt{2}$     (B)  $2\sqrt{2}-2$     (C)  $2-\sqrt{2}$             (D)  $2+\sqrt{2}$             (E)  $2+2\sqrt{2}$
10. 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  皆為整數，且  $x^3 - x^2 - 3x + 2 = (x+a)(x^2+bx+c)$ ，則  $a-b+c = ?$   
 (A)  $-4$             (B)  $-2$             (C)  $0$             (D)  $2$             (E)  $4$

背面尚有試題

11. 若  $2^x - 2^{-x} = 2$ ，則  $x = ?$
- (A)  $\log_2(1 + \sqrt{2})$  (B)  $\log_2(2 + \sqrt{2})$  (C)  $\log_2(1 + 2\sqrt{2})$   
(D)  $\log_2(2 + 2\sqrt{2})$  (E)  $\log_2(3 + 2\sqrt{2})$
12. 若  $(\log \frac{x}{a})(\log \frac{x}{3}) = 2$  之兩根乘積為 61，則  $a = ?$
- (A)  $\frac{3}{61}$  (B)  $\frac{4}{61}$  (C)  $\frac{61}{4}$  (D)  $\frac{61}{3}$  (E)  $\frac{61}{2}$
13. 設  $b > 0$ 。若兩直線  $L_1: 3x - 4y + 2 = 0$  與  $L_2: 8x + ay + b = 0$  相互垂直，且點  $(4, -2)$  到直線  $L_2$  的距離為 3，則  $a - b = ?$
- (A)  $-6$  (B)  $-4$  (C)  $-2$  (D)  $2$  (E)  $4$
14. 點  $P(1, -6)$  到曲線  $\sqrt{(x-4)^2 + y^2} + \sqrt{(x+2)^2 + y^2} = 10$  的最短距離為何?
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
15. 點  $P(0, 2)$  到曲線  $x^2 - y^2 = 1$  的最短距離為何?
- (A) 1 (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D) 2 (E)  $\sqrt{5}$
16. 下列何者正確?
- (A)  $0 < \theta < \frac{\pi}{4} \Rightarrow \cos \theta < \sin \theta$  (B)  $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \theta < \sin \theta$   
(C)  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi \Rightarrow \sin \theta < \cos \theta$  (D)  $\frac{5\pi}{4} < \theta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos \theta < \sin \theta$   
(E)  $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi \Rightarrow \tan \theta < \sin \theta$
17. 設多項式  $f(x)$  除以  $x+1$ 、 $x^2 - 3x + 1$  的餘式分別為 4、 $2x + 11$ 。若  $f(x)$  除以  $(x+1)(x^2 - 3x + 1)$  的餘式為  $ax^2 + bx + c$ ，則  $a + b + c = ?$
- (A)  $-14$  (B)  $-13$  (C) 0 (D) 13 (E) 14
18. 不等式  $\log_2 x + 6 \log_x 2 < 5$  之解為何?
- (A)  $2 < x < 3$  (B)  $1 < x < 4$  (C)  $x < 1$  或  $2 < x < 3$   
(D)  $x < 1$  或  $4 < x < 8$  (E)  $x > 8$
19. 若  $x, y, z$  為實數，且  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ ，則  $x^2 + 2y^2 + z^2$  的最小值為何?
- (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{2}{3}$  (C) 1 (D)  $\frac{4}{3}$  (E)  $\frac{5}{3}$
20. 若點  $P$  介於  $A(1, 1)$ 、 $B(-5, 4)$  之間且  $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$ ，則點  $P$  到直線  $4x - 3y = 1$  之距離為何?
- (A) 4 (B)  $\frac{21}{5}$  (C)  $\frac{22}{5}$  (D)  $\frac{24}{5}$  (E) 5

**ANS :**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	B	C	D	B	B	E	D	E	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	D	B	B	C	E	E	D	A	C

## 108 學年度四技新生基礎數學第二次測驗(A 卷)

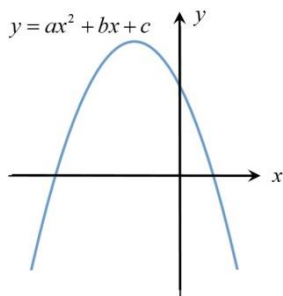
選擇題：20 題單選，每題 5 分，答錯不倒扣。

1. 求不等式  $x^2 - (\sqrt{x-2})^2 < 4x-2$  的實數解。  
 (A)  $-1 < x < 4$       (B)  $0 < x < 4$       (C)  $1 < x < 4$       (D)  $2 \leq x < 4$       (E)  $x < 1$  或  $x > 4$
2. 設  $f(x)$  除以  $(x-2)$  的商為  $Q(x)$ ，餘數為 3，且  $f(x)$  除以  $(x-1)$  的餘數為 1，則  $Q(1) = ?$   
 (A) -2      (B) -1      (C) 1      (D) 2      (E) 3
3. 設  $\frac{1}{\alpha}$  和  $\frac{1}{\beta}$  為方程式  $x^2 - 2x + 4 = 0$  的兩根，則  $\alpha + \beta = ?$   
 (A)  $\frac{1}{4}$       (B)  $\frac{1}{2}$       (C) 2      (D) 4      (E) 8
4.  $1 + (1+2) + (1+2+3) + \cdots + (1+2+3+\cdots+10) = ?$   
 (A) 180      (B) 210      (C) 220      (D) 240      (E) 250
5. 設  $\frac{-26x+47}{(x^2+4)(2x-1)^2} = \frac{ax+b}{x^2+4} + \frac{c}{2x-1} + \frac{d}{(2x-1)^2}$ ，則  $d = ?$   
 (A) -8      (B) -4      (C) 2      (D) 4      (E) 8
6. 設  $\cos 2\theta = \sin \theta$ ， $0 \leq \theta \leq \pi$ ，則  $\tan^2 \theta = ?$   
 (A)  $\frac{1}{3}$       (B)  $\frac{1}{2}$       (C) 1      (D)  $\frac{4}{3}$       (E) 3
7. 設  $\triangle ABC$  中， $\tan A = \frac{4}{3}$ ， $\cos B = \frac{12}{13}$ ，則  $\cos C = ?$   
 (A)  $-\frac{56}{65}$       (B)  $-\frac{36}{65}$       (C)  $-\frac{16}{65}$       (D)  $\frac{16}{65}$       (E)  $\frac{56}{65}$
8.  $\sin 150^\circ - \cos 240^\circ - \tan 315^\circ = ?$   
 (A) -2      (B) -1      (C) 0      (D) 1      (E) 2
9. 方程式  $100 \cdot x^{3 \log x} = x^5$  之所有實根的立方和為何?  
 (A) 1000      (B) 1001      (C) 1010      (D) 1100      (E) 1110
10. 求不等式  $\frac{3 \log_3 x + 5}{\log_3 x - 1} \leq 1$  的解。  
 (A)  $\frac{1}{27} < x < 3$       (B)  $\frac{1}{27} \leq x < 3$       (C)  $3 < x < 9$       (D)  $\frac{1}{27} \leq x < 9$       (E)  $\frac{1}{27} < x < 9$
11. 已知橢圓  $\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$  短軸的兩頂點為另一橢圓  $\Gamma$  的焦點，且  $\Gamma$  過點  $(7,1)$ ，則  $\Gamma$  長軸長為何?  
 (A) 6      (B) 8      (C) 10      (D) 12      (E) 14

背面尚有題目



12. 若兩圓  $C_1: (x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$  與  $C_2: (x-3)^2 + (y+1)^2 = k$  相切，則  $k$  可能為何？  
 (A) 9 (B) 25 (C) 49 (D) 81 (E) 121
13. 設  $2 \cdot 9^{x-1} + 5 \cdot 3^{x+1} + 2 = 0$  的兩根為  $\alpha$  和  $\beta$ ，則  $\alpha + \beta = ?$   
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
14. 設拋物線  $y = ax^2 + bx + c$  之圖形如下所示，則下列何者正確？



- (A)  $b^2 - 4ac \leq 0$  (B)  $c < 0$  (C)  $ab < 0$  (D) 對稱軸為  $x = \frac{b}{2a}$  (E)  $b < 0$
15. 已知  $\triangle ABC$  中， $\overrightarrow{AB} = \langle -8, 6 \rangle$ ， $\overrightarrow{AC} = \langle -3, 4 \rangle$ ，則  $\triangle ABC$  之面積為何？  
 (A) 6 (B)  $\frac{13}{2}$  (C) 7 (D)  $\frac{15}{2}$  (E) 8
16. 設  $\vec{a} = \langle 3, 1 \rangle$ ， $\vec{b} = \langle x, y \rangle$  為平面上兩向量，且  $x^2 + y^2 = 20$ ，則  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  的最大值為何？  
 (A)  $5\sqrt{2}$  (B)  $10\sqrt{2}$  (C)  $15\sqrt{2}$  (D)  $20\sqrt{2}$  (E)  $25\sqrt{2}$
17. 若  $a$ 、 $b$  皆為實數，且  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax - 3}{x^2 - 1} = b$ ，則  $a + b = ?$   
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
18. 設  $a$  為實數， $f(x) = 2x + a$ ， $g(x) = 3x + 1$ 。若  $f \circ g = g \circ f$ ，則  $a = ?$   
 (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D) 1 (E) 2
19.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2h}-1}{h} = ?$   
 (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2 (E) 3
20. 下列何者為函數  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{2x-x^2}-1}$  的定義域？  
 (A)  $[0, 1)$  (B)  $(1, 2]$  (C)  $[0, 2]$  (D)  $(2, \infty)$  (E)  $[0, 1) \cup (1, 2]$

108 學年度四技新生基礎數學第二次測驗解答(A 卷)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	D	B	C	E	A	C	E	D	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	A	E	C	B	A	C	B	E